This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Over dit boek

Dit is een digitale kopie van een boek dat al generaties lang op bibliotheekplanken heeft gestaan, maar nu zorgvuldig is gescand door Google. Dat doen we omdat we alle boeken ter wereld online beschikbaar willen maken.

Dit boek is zo oud dat het auteursrecht erop is verlopen, zodat het boek nu deel uitmaakt van het publieke domein. Een boek dat tot het publieke domein behoort, is een boek dat nooit onder het auteursrecht is gevallen, of waarvan de wettelijke auteursrechttermijn is verlopen. Het kan per land verschillen of een boek tot het publieke domein behoort. Boeken in het publieke domein zijn een stem uit het verleden. Ze vormen een bron van geschiedenis, cultuur en kennis die anders moeilijk te verkrijgen zou zijn.

Aantekeningen, opmerkingen en andere kanttekeningen die in het origineel stonden, worden weergegeven in dit bestand, als herinnering aan de lange reis die het boek heeft gemaakt van uitgever naar bibliotheek, en uiteindelijk naar u.

Richtlijnen voor gebruik

Google werkt samen met bibliotheken om materiaal uit het publieke domein te digitaliseren, zodat het voor iedereen beschikbaar wordt. Boeken uit het publieke domein behoren toe aan het publiek; wij bewaren ze alleen. Dit is echter een kostbaar proces. Om deze dienst te kunnen blijven leveren, hebben we maatregelen genomen om misbruik door commerciële partijen te voorkomen, zoals het plaatsen van technische beperkingen op automatisch zoeken.

Verder vragen we u het volgende:

+ *Gebruik de bestanden alleen voor niet-commerciële doeleinden* We hebben Zoeken naar boeken met Google ontworpen voor gebruik door individuen. We vragen u deze bestanden alleen te gebruiken voor persoonlijke en niet-commerciële doeleinden.

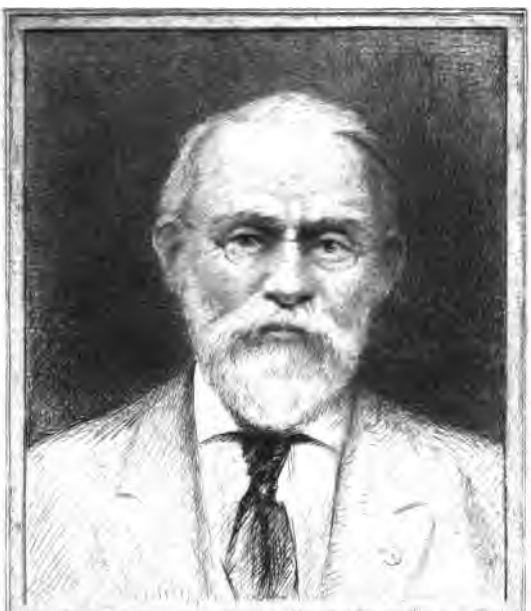
+ *Voer geen geautomatiseerde zoekopdrachten uit* Stuur geen geautomatiseerde zoekopdrachten naar het systeem van Google. Als u onderzoek doet naar computervertalingen, optische tekenherkenning of andere wetenschapsgebieden waarbij u toegang nodig heeft tot grote hoeveelheden tekst, kunt u contact met ons opnemen. We raden u aan hiervoor materiaal uit het publieke domein te gebruiken, en kunnen u misschien hiermee van dienst zijn.

+ *Laat de eigendomsverklaring staan* Het “watermerk” van Google dat u onder aan elk bestand ziet, dient om mensen informatie over het project te geven, en ze te helpen extra materiaal te vinden met Zoeken naar boeken met Google. Verwijder dit watermerk niet.

+ *Houd u aan de wet* Wat u ook doet, houd er rekening mee dat u er zelf verantwoordelijk voor bent dat alles wat u doet legaal is. U kunt er niet van uitgaan dat wanneer een werk beschikbaar lijkt te zijn voor het publieke domein in de Verenigde Staten, het ook publiek domein is voor gebruikers in andere landen. Of er nog auteursrecht op een boek rust, verschilt per land. We kunnen u niet vertellen wat u in uw geval met een bepaald boek mag doen. Neem niet zomaar aan dat u een boek overal ter wereld op allerlei manieren kunt gebruiken, wanneer het eenmaal in Zoeken naar boeken met Google staat. De wettelijke aansprakelijkheid voor auteursrechten is behoorlijk streng.

Informatie over Zoeken naar boeken met Google

Het doel van Google is om alle informatie wereldwijd toegankelijk en bruikbaar te maken. Zoeken naar boeken met Google helpt lezers boeken uit allerlei landen te ontdekken, en helpt auteurs en uitgevers om een nieuw leespubliek te bereiken. U kunt de volledige tekst van dit boek doorzoeken op het web via `http://books.google.com`



SILAS WRIGHT DUNNING
BEQUEST
UNIVERSITY OF MICHIGAN
GENERAL LIBRARY

Cpe
4

prent:
te

K. Bee

WISKUNSTIGE OEFFENINGEN,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEZENE VOORSTELLEN,

BENEVENS EEN

MENGELWERK

VAN

UITGELEZENE EN ANDERE

WISKUNDIGE VERHANDELINGEN

ONDER DE SPREUK:

EEN ONVERMOEIDE ARBEID KOMT ALLES TE BOVEN.

TWEEDE DEEL.

Wiskundig genootschap, onder de zinspreuk: "En onvermoeide arbeid komt alles te boven." Amsterdam.

Te AMSTERDAM,

Gedrukt voor Rekening van het GENOOTSCHAP, en zyn te bekomen by P. G. en N. GEYSBEEK, Boekverkoopers op de Lelygracht, tusschen de Keizers- en Prinsengrachten.

MDCCCIX.

QA
1
.W8
A49
1806
v. 2

NAAMLYST

DER

LEDEN

VAN HET

WISKUNDIG

GENOOTSCHAP

TE AMSTERDAM.

Onder de Spreuk:

EEN ONVERMOEIDE ARBEID KOMT ALLES TE BOVEN.

Op den 1 *Mei* 1809.

BESTUURDERS.

JOHANNES BUIS,
JAN FREDRIK KEYSER,
ISAAC RUWERT SCHMIDT,
BARTHOLOMEUS VAN HEYNINGEN,

LU-

LUCAS KOOPS,
KLAAS SMIT,
CHRISTOFFER MEYLINK, Boekhouder.
OBBE SIKKES BANGMA, eerſte Secretaris.
JACOBUS VAN WYK ROELANDSZ, tweede Secretaris en algemeen Correspondent.

Alle te Amſterdam.

CORRESPONDENTEN.

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, voor Groningen en Ommelanden, te Veendam.
HENDRIK VERSCHOOR Jz., te Gouda.
ADRIAAN PRINS, te Zierikzee.
LEENDERT DE GROOT, te Sliedrecht.
DIRK SCHUITEMAKER, te Medemblik.
DAVID JACOBUS SABELIS, te Haarlem.
WILLEM JOHANNES VAN WYK, te Alkmaar.

T24-71441

HONORAIRE LEDEN.

JOHANNES SCHILLING, Directeur over de Stads Werken, en Stads Landmeter te Amsterdam.

CORNELIUS CONSTANTINUS VAN VALKENBURG, te Haarlem.

ORDINAIRE LEDEN.

MARTEN JELLEN ZUIDHOF, Mathematicus, Schoolmeester en Voorzanger te Veendam; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Wetenschappen te Hamburg; Correspondent des Genootschaps.

CORNELIS BREEVILT, te Hoorn; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Wetenschappen te Hamburg.

JEAN CORRECH, te Amsterdam; Lid van het Genootschap ter verbreiding der Mathematische Wetenschappen te Hamburg.

COENRAAD WERTZ, te Amſterdam; Lid van het Genootſchap ter verbreiding der Mathematiſche Wetenſchappen te Hamburg.

HENDRIK VERSCHOOR Jz., te Gouda; Correspondent des Genootſchaps.

JAN VAN TWISK, te Hoogkarſpel.

BOUDEWYN PEEREBOOM, te Purmerend.

BARTHOLOMEUS VAN HEININGEN, te Amſterdam, Beſtuurder des Genootſchaps.

PIETER HOUTTUIN G. z., te Hoorn.

JOHANNES KUIPERS, te Noordbroek.

LUCAS KOOPS, te Amſterdam; Beſtuurder des Genootſchaps.

WILLEM CORNELIS BAKKER, Secretaris van Purmerland en Ilpendam, te Ilpendam.

KLAAS SMIT, te Amſterdam, Beſtuurder des Genootſchaps.

A. CROISET, Lt. Collonel in dienst van dit Koninkryk, en Directeur van 's Lands Fortificatien te Amſterdam.

PIETER CALIS, in de Bedykte Schermer.

DANIEL BRAUBACH, openbaar Leeraar der Zeevaartkunde te Bremen.

DA-

DAVID JACOBUS SABELIS, te Haarlem; Correspondent des Genootſchaps.

AGE VOLKERSE, Notaris en Procureur te Monnikendam.

JAN FREDRIK KEYSER, Leermeester in de Wis- en Sterrekunde te Amſterdam; Beſtuurder des Genootſchaps.

SERVAAS VAN DER PAAUW, Leermeester in de Wiskunde te Amſterdam.

ADRIAAN PRINS, Stads Schoolmeester en Voorzanger van de kleine Kerk te Zierikzee; Correspondent des Genootſchaps.

CHRISTOFFER MEYLINK, te Amſterdam; Boekhouder des Genootſchaps.

OBBE SIKKES BANGMA, Examinator van 's Lands Stuurlieden, Leermeester in de Wis- en Zeevaartkunde te Amſterdam; eerſte Secretaris des Genootſchaps.

LEENDERT DE GROOT, Schoolhouder, mitsgaders geadmitteerd Landmeter voor de Hoven van Holland en Westvriesland te Sliedrecht; Correspondent des Genootſchaps.

JOHANNES KERKHOVEN, te Amſterdam.

ABRAHAM HARREBOMEE, te Heemſtede.

AREND HORSTMAN, Roeljer van den Wyn, Olie en Traan, te Amſterdam.

JOHANNES VAN OGTROP, te Amſterdam.

ISAAC RUWERT SCHMIDT, te Amſterdam, Beſtuurder des Genootſchaps.

JACOBUS VAN WYK ROELANDSZ., Onderwyzer in de Leerſchool voor Jongelingen des Amſterdamſchen eerſten Departements der Maatſchappy: tot nut van het algemeen, te Amſterdam, tweede Secretaris en algemeen Correspondent des Genootſchaps.

J. M. C. VAN UTENHOVE, te Utrecht.

FREDRIK LODEWYK HARDERWYK, te Amersfoort.

LOUWRENS ALEXANDER, te Amſterdam.

JACOBUS BECKER, te Amſterdam.

JOHANN HERMAN THIERMANN, te Bremen.

WILLEM JOHANNES VAN HEMERT, te Emmerik.

PIE-

PIETER OLM, te Amsterdam.

J. C. SCHRÖDER, te Amsterdam.

H. W. CASPARI, te Amsterdam.

JOHANNES DYKHOFF, te Amsterdam.

PAULUS MOLENBROEK PIETERSZ., te Amsterdam.

J. H. NIEUWVEEN, te Zaandam.

WOUTER APPEL, te Amsterdam.

JAN PAUW, te Oldemarkt.

JOHANNES BUIS, te Amsterdam; Bestuurder des Genootschaps.

JAN SCHUITEMAKER, te Venhuizen.

HENDRIK GHELE, te Haarlem.

CAROLUS VAN COOTH, te Elten.

GERRIT MOLL JUNIOR, Koopman te Amsterdam.

PIETER HAGE, te Amsterdam.

PIETER JÖFFER, te Amsterdam.

HARMANUS GERHARDUS WITLAGE, te Amſterdam.

ALBERTES SMITH, te Sappemeer.

JOHANNES FREDERICUS KLIEFOOT, te Amſterdam.

W. G. STROINK, te Amſterdam.

C. CRUYS, te Amſterdam.

PIETER STOMMAN, te Gouda.

CORNELIS LANGERVELD, te Petten.

JAN WESTENDORP, te Stavoren.

WILLEM JOHANNES VAN WYK, te Alkmaar, Correspondent des Genootſchaps.

PIERRE ADRIAEN DUREGE, te Amſterdam.

THEODORUS JOHANNES KERKHOVEN, te Amſterdam.

J. ROOSEKRANS, te Amſterdam.

ANDRIES LAURENS HECTOR, te Middelburg.

JO-

JOHANNES VAN BLAAUWHEK, te Amſterdam.

JACOB DE GELDER, te Utrecht.

THEODORUS MEYAARD, te Koudekerk.

F. G. A. DE LELI, te Amſterdam.

J. J. KRANTZ JUNIOR, te 's Hage.

H. J. BEEKMAN, te 's Hage.

JAN KWANTES P. Z., Fransch Kostſchoolhouder te Barneveld.

H. C. SCHUSLER, te Amſterdam.

H. SOMMERHAUZEN, te Amſterdam.

P. J. MULLER, te Broek.

J. C. VAN SETTEN, te Amſterdam.

DIRK NICOLAAS KERKHOVEN, te Amſterdam.

A. VAN DER SWAN, te Amſterdam.

JOHANNES VROOM, te Amſterdam.

HELMICH KLUMPERT, te Amſterdam.

M. H. POS, te Amſterdam.

JOHANNES DE BRUIN, Kostſchoolhouder te Breukelen.

J. EISVELD, te Groningen.

CHRISTOFFER TERMARS, te Amſterdam.

J. HECTOR, te Amſterdam.

J. A. KAPPELHOF, te Amſterdam.

G. BUIS, te Amſterdam.

LEENDERT VAN HEUSDEN, aan den Uithoorn.

J. F. C. HEERSEMAN, te Amſterdam.

C. J. VAN BRUSSEL, te Amſterdam.

A. FOCK, te Amſterdam.

PIETER BURGGRAAF, te Amſterdam.

J.

J. WARTENA, te Amſterdam.

NICOLAAS DE GROOT, te Amſterdam.

J. H. ONINK, te Amſterdam.

J. VLAANDEREN, te Amſterdam.

DIDDO H. WATERHAM, te Sapmeer.

DIRK SCHUITEMAKER, te Medemblik, Correspondent des Genootſchaps.

KLAAS HOEK, te Venhuizen.

PIETER TEUNISZ, te Amſterdam.

HIERONIMUS VAN WESSUM, te Amſterdam.

M. LEMANS, te Amſterdam.

H. KERBERT, te Amſterdam.

P. VAN EEGHEN c. z., te Amſterdam.

JAN KOOPS, te Amſterdam.

J. DYK, jz., te Amſterdam.

GER-

GERRIT VAN DER PLAAT, te Amsterdam.

PIETER KWANTES, te Hoogswaagdyk.

B. BATENBURG, te Cuilenburg.

C. J. DE JONG, te Arnhem.

FRANS VAN DEN YVER, te Amsterdam.

DIRK NIEUWENHUIZEN, te Amsterdam.

HOENENKAMP, te Amsterdam.

*

WISKUNSTIGE OEFFENINGEN,

IN EENE

AANEENSCHAKELING

VAN

UITGELEEZENE VOORSTELLEN.

TWEEDE DEEL.

HOOFD-QUESTIE.

Door O. S. BANGMA.

Als een regte kegel, met cirkelronde bazis, gesneden wordt door twee vlakken, evenwydig aan twee andere vlakken, rakende den kegel aan twee tegen elkander overstaande zyden, dan zullen de vlakken van doorsnyding parabolen zyn (Floryn §1). Men vraagt naar de kromme oppervlakte van het aldus door twee parabolen bepaald wordend topstuk des kegels.

I. VOORSTEL.

Door P. VINK.

Een kramer de Rekenmeester van zyn zoon willende toetzen, zegt: ik heb zoo veel ſtukken als N°. 1. min 3 ellen franſche band, waar van myn knegt verkogt heeft 7 ſtukken en 7 ellen, 10 ſtukken min 12 ellen, 11 ſtukken min 5 ellen, en 5 ſtukken min 9 ellen, hoe veel resteert er nog? De Meester begeert te weten hoe veel ellen elke ſtuk houdt. — Neen, zegt de Kramer; gy zyt een Meester uwer kunst, gelyk gy by de aanbieding uwer dienst hebt voorgegeven, zoo drukt de rest zoodanig uit, dat ze tot alle getallen geſchikt is, het ſtuk houde zoo veel ellen als men wil. Vrage hoe de rest zal geſteld worden. (*a*)

NB. De band om het eerſte roosje aan het tweede te binden in 36, of de band N°. 1.

II. VOORSTEL.

Door P. OLM.

Een koopt 7 ſtukken linnen voor *f* 12 + 10 ſt. + 8 p. het ſtuk, moet dus *f* 87 + 13 ſt. + 8 p. voor alles betalen, zoo nu de gulden wordt gerekend op 320 penn.: vraagt men tot hoe veel ſtuivers de gulden en tot hoe veel penn. de ſtuiver gerekend is?

III.

(*a*) Deze is het tweede Roosje uit MEISNER's *Rozenkrans.*

III. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door H. W. CASPARI.

Een Veeweider hebbende eenige Schapen gekogt voor 240 guldens, behoudt daar van 18 voor zich zelven, en verkoopt de overigen voor 165 gl., en wint dusdoende 10 ſtuiv. op het ſtuk. Men vraagt, hoe veel Schapen hy heeft ingekogt, en voor hoe veel het ſtuk. (*b*)

IV. VOORSTEL.

Zoek twee getallen in de rede van 4 tot 5, van welke twee andere (begeerde) getallen, in rede van 6 tot 7, reſpectivelyk afgetrokken zynde, de overblyffelen zyn in rede als 2 tot 3, en dat hun ſom 20 zy. (*c*)

V. VOORSTEL.

Daar zyn drie getallen, welke gelyke verſchillen hebben, dat is te zeggen: het tweede is zoo veel meer dan het eerſte als het derde meer is dan het tweede; het eerſte ſtaat tot het derde als 3 tot 11; en de ſom der drie getallen is 84, welke zyn die getallen? (*d*)

VI.

(*b*) A. B. STRABBE, *Inl. tot de Mathem. Wetenſch.* pag. 268, N°. 21.
(*c*) *Idem*, pag. 261. N°. 65.
(*d*) *Idem*, pag. 260. N°. 61.

VI. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door JAN PAUW.

Vindt drie geduurige evenredige, wier middelſte getal vergaard by ieder der uiterſten, voortbrengt rationale quadraten. (*e*)

VII. VOORSTEL.

Iemand heeft een vierkant ſtuk lood, lang $2\frac{3}{4}$ duim, breed $2\frac{1}{2}$ duim, dik 1 duim, weegt $3\frac{1}{2}$ ℔; nog heeft hy een kegelſtuk dito lood, waar van de diameter der grondvlak doet $10\frac{1}{2}$ duim, zynde hoog tot de ſpits 15 duim; eindelyk een teerling ſtuk, waar van ieder zyde doet $5\frac{1}{2}$ duim; van deze drie ſtukken begeert hy een kloot of kogel te ſmelten; vrage hoe veel duim de diameter van de kogel houden, en hoe zwaar dezelve wegen zal.

VIII. VOORSTEL.

Een ſtuk land, in de gedaante van een ſtomphoekigen driehoek, waar van AB doet 40, BC 68 en AC 84 roeden; wil men in drie even groote ſtukken verdeelen, zoodanig, dat de ſcheidlinien uit het punt D ('t welk door een perpendiculair uit den hoek B op de bazis AC geformeerd wordt) getrokken worden

(*e*) P. VENEMA, *Vierk. Vergel.* N°. 70.

den tot de zyde BC. Vrage waar dezelve op BC zullen vallen? en hoe lang elk der twee ſcheidlinïen zal zyn?

IX. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door M. J. ZUIDHOF.

Het getal 28 laat zich aanſtonds in deze vier quadraten verdeelen, als:

$$1 + 1 + 1 + 25 = 28$$
$$4 + 4 + 4 + 16 = 28$$
$$9 + 9 + 9 + 1 = 28.$$

Zoo vraagt men, op welke wyze dit nog meer in vier andere quadraten kan verdeeld worden; en of het in het oneindige mogelyk zy? (*f*)

X. VOORSTEL.

Van een regthoekigen klootſchen driehoek ABC is de ſinus van de ſchuinſche zyde AC = 12, en van de perpend. uit den regten hoek B op de ſchuinſche zyde vallende als BD = 6; de hoekmaat van 90°. = 13; vrage naar de twee regthoekszyden AB en BC? (*g*)

XI. VOORSTEL.

Drie Inwoners te *Hamburg*, F, G, H, genoemd, koopen $1087\frac{1}{2}$ vierkante roeden lands, te zamen voor

(*f*) *Math. Liebhaber*, 1 *Theil*, N°. 123.
(*g*) PAMHER's *Partik. Beſluit*, N°. 15.

voor 167$2\frac{1}{2}$ *Marken*, ieder voor 55$7\frac{1}{2}$ *Marken*; waar van F het beste ontvangt, G 4 ſchell. het ſchepel inzaads ſlegter dan F, H 16 ſchell. het ſchepel ſlegter dan F: nu is de vraag, hoe veel ſchepel inzaads ieder bekomt?

Merkt hier by: dat 1 mark doet 16 ſchellingen, en het ſchepel inzaads hier in op 24 □ Roeden gerekend is.

XII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door M. ROELHOUWER.

Zoek twee getallen, welke tot elkander in reden ſtaan, als 2 tot 3, zoodanig, dat wanneer men de zom hunner vierkanten tot het viervouwd van hun zom vergaart, en het komende met hun verſchil vermenigvuldigt, het product 100 zy? (*h*)

XIII. VOORSTEL.

Men heeft een Harm. progres van 4 termen, waar van het vyfde Aggregat is 625, en het achtſte Aggregat 1772, welke getallen zyn het? (*i*)

XIV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door J. VAN WYK Rz.

Een parallelopipedum te vinden, waar van één der

(*h*) *Inleiding tot de Mathem. Wetenſch.*, 2de D. pag. 258. N°. 35.

(*i*) HALKEN'S *Zinnen-Confeit*, *pag.* 256. N°. 91.

der zyden $= a$ en de inhoud $= b^3$ is, zoodanig, dat deszelfs oppervlakte de mogelyk kleinſte zy. (*k*)

XV. VOORSTEL.

Een parallelopipedum te vinden, welks inhoud $= b^3$ is, zoodanig, dat deszelfs oppervlakte de mogelyk kleinſte zy. (*l*)

XVI. VOORSTEL.

Dit en de vyf volgende Voorſtellen door G. FIKKEN.

Men vraagt de ſom van deze oneindige reeks van breuken, als:

$$\frac{1}{5}; \frac{2}{25}; \frac{3}{125}; \frac{4}{625}; \frac{5}{3125}; \frac{6}{15625} \text{ &c. } (m)$$

XVII. VOORSTEL.

Men vraagt deze oneindige reeks van breuken, als:

$$\frac{1}{4}; \frac{3}{16}; \frac{6}{64}; \frac{10}{256}; \frac{15}{1024}; \frac{21}{4096} \text{ &c.}$$

in eene ſomme te brengen. (*n*)

XVIII.

(*k*) A. B. STRABBE, *Fluxie-Rekening*, pag. 125. No 52.
(*l*) *Idem*, N°. 53.
(*m*) P HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 349.
(*n*) *Idem*, N°. 350.

XVIII. VOORSTEL.

Men vraagt volgende oneindige breuken te adderen, als:

$$\frac{1}{5};\ \frac{4}{25};\ \frac{9}{125};\ \frac{16}{625};\ \frac{25}{3125}\ \text{&c.}\ (o)$$

XIX. VOORSTEL.

Men vraagt de ſom dezer oneindige breuken, als:

$$\frac{1}{3};\ \frac{8}{9};\ \frac{27}{27};\ \frac{64}{81};\ \frac{125}{243};\ \frac{216}{729}\ \text{&c.}\ (p)$$

XX. VOORSTEL.

Men heeft deze oneindige reeks van breuken te adderen, als:

$$\frac{1}{4};\ \frac{16}{16};\ \frac{81}{64};\ \frac{256}{256};\ \frac{625}{1024};\ \frac{1296}{4096}\ \text{&c.}$$

men vraagt naar derzelver ſomma. (*q*)

XXI VOORSTEL.

Men heeft deze oneindige reeks, als:

$$\frac{1}{3};\ \frac{3}{27};\ \frac{5}{243};\ \frac{7}{2187};\ \frac{9}{19683};\ \frac{11}{177147}\ \text{&c.}$$

men vraagt naar derzelver ſom. (*r*)

XXII.

(*o*) *Idem*, N°. 351.
(*p*) *Idem*, N°. 352.
(*q*) *Idem*, N°. 353.
(*r*) *Idem*, N°. 354.

XXII. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door J. VAN WYK Rz.

Daar is gegeven de volgende Series in Breuken; $\frac{3}{5}, \frac{81}{125}, \frac{1215}{3125}, \frac{15309}{78125}, \frac{177147}{1953125}$ &c. De tellers ontſtaan wanneer men deze *Geometriſche Progres* 3, 27, 243, 2187, 19683 &c. met deze *Arithmetiſche Progres* 1, 3, 5, 7, 9 &c. multipliceert, en de Noemers ſtaan in *Proportie* 25. vrage naar de ſom van deze oneindige breuken? (s)

XXIII. VOORSTEL.

Wanneer men de ordenlyke *Quadraat*-getallen 1, 4, 9, 16, 25 &c multipliceert met de *Geometriſche Progres* 3, 9, 27, 81. 243 &c. zoo komen de Tellers, en de *Geometriſche Progres quintupla* geven de Noemers dezer Breuken; $\frac{3}{5}, \frac{36}{25}, \frac{243}{125}, \frac{1296}{625}, \frac{6075}{3125}$ &c. en zoo voort in 't oneindige. De vraag is naar derzelver ſom? (s)

XXIV. VOORSTEL.

De ordenlyke *Cubicq*-getallen 1, 8, 27, 64, 125, 216 &c. gemultipliceerd met de *Geometriſche Progres* 3, 9, 27, 81, 243, 729 &c. zoo komen er de Tellers, en de *Proportie* met 4 geeft de Noemers

(s) *Idem*, N°. 355.
(s) *Idem*, N°. 356.

mers van deze Breuken $\frac{3}{1}, \frac{72}{16}, \frac{729}{64}, \frac{5184}{256}, \frac{30375}{1024}, \frac{157464}{4096}$ en derzelver oneindig volgende. Men begeert hare ſom te weten. (*u*)

XXV. VOORSTEL.

Daar is gegeven de volgende orde in Breuken; $\frac{3}{100}, \frac{144}{500}, \frac{2187}{2500}, \frac{20736}{12500}, \frac{151875}{62500}$ &c. wanneer men multipliceert de *Geometriſche Progres* 3, 9, 27, 81, 243 &c. met de ordenlyke *Zens- de Zens*-getallen 1, 16, 81, 256, 625 &c. zoo komen er de Tellers, en de Noemers klimmen met de Proportie van 5 op. Men vraagt ook naer de ſom van deze oneindige Breuken? (*v*)

XXVI. VOORSTEL.

Men begeert het getal 388 zoodanig in vyf deelen te deelen, dat de twee eerſten tot elkander in reden ſtaan als 3 tot 8 en de twee volgende als 7 tot 15, en dat ook de ſom der teerlingen van de vyf deelen de mogelyk grootſte zy. (*w*).

XXVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. F. KLIEFOOT *en* H. G. WITLAGE.

Amſterdam heeft voor Rekening van Hamburg Du-

(*u*) *Idem*, N°. 357.
(*v*) *Idem*, N°. 348.
(*w*) A. B. STRABBE, *Fluxie-Rekening*, pag. 181. Voorſtel 15.

Ducaten a *f* 5, 3¾ Cour. ingekocht, dezelven naar Frankfort gezonden, en het geheele beloop, na berekening van 4⅞ pCt. Banco-Agio, a 33⅛ St. banco op Hamburg getrokken. Frankfort vernegotieert de Ducaten a 2 Rd. 80½ Kreutz. Wisselgeld, en remitteert het beloop a 48 pCt. aan Hamburg. Indien nu in Amsterdam en Hamburg te samen 1¼ pCt. en in Frankfort ⅔ pCt. voor onkosten zyn gedaan, vraagt men hoe veel ten honderd Hamburg by deze onderneming gewonnen of verloren heeft? (*x*)

XXVIII. VOORSTEL.

A neemt van B op Interest zeker capitaal voor 8 Maanden tegen 4 ten honderd in 't Jaar; van C *f* 900 meer voor 9 Maanden a 5 pCt. in 't Jaar, en betaalt voor Interest van de beide posten *f* 149:5. — Hoe veel heeft hy van ieder byzonder opgenomen? (*y*)

XXIX. VOORSTEL.

Vier personen geven geld op Interest, namelyk

A *f* 2400 voor 12 Maanden tot *x* pCt. in 't Jaar
B *f* 3000 voor *y* Maanden tot 5 pCt. in 't Jaar
C *f* .... voor 10 Maanden tot 4½ pCt. in 't Jaar
D *f* 4500 voor 8 Maanden tot 4 pCt. in 't Jaar.

Ontvangen elk even veel Interest. Men vraagt

1°. Hoe veel pCt. A heeft bekomen?

2°. Hoe veel Maanden B zyn geld heeft uitgeleid?

3°.

(*x*) STRABBE, *Verm. Licht des Kooph.* bladz. 275. N°. 38.

(*y*) *Idem*, bladz. 295. N°. 9.

3°. Hoe veel Capitaal C op Interest gegeven heeft? (z)

XXX. VOORSTEL.

Iemand doet op Interest op den 2 July voor 6 Maanden 4 dagen *f* 1500 á 6; op den 12 Augustus voor 8 Maanden *f* 1200 á 5½; op den 27 October voor 10 Maanden *f* 880 á 5 pCt. in 't Jaar. De vraag is op welken dag Capitaal en Interest te gelyk vervallen, en hoe veel de Interest beloopt? (*a*).

XXXI. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door O. S. BANGMA.

Gegeven zynde:

$A x^2 + B xy + C y^2 = A a^2 + B ab + C b^2$,

$M x^2 + N bx + R b^2 = M q^2 + N ay + R y^2$;

de waardyen van x en y te vinden.

XXXII VOORSTEL.

Tangens s gegeven zynde, de Tangenten van de veelvouden van x te vinden.

XXXIII. VOORSTEL.

Door BESTUURDERS.

Daar zyn twee Torens AB en EF, en tusschen dezelve een stok DC met eene helling van 60 graden (naar den Toren EF) op den grond, dat is de hoek DCF; de stok is lang 20 voeten, staande van den Toren AB 100 en van EF insgelyks 100 voeten; ook is bekend de hoogte van de Toren AB mede 100 voeten; vrage naar de hoogte van de Toren EF, zoo de voorn. stok uit de toppen der beide Torens even hoog wordt gezien?

XXXIV.

(z) *Idem*, bladz. 330. N°. 15.
(*a*) *Idem*, bladz. 321. N°. 38.

XXXIV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door C. MEYLINK.

Welke zyn de waarden van x en y in de vergelykingen:

$$x^3 - 5xy - 132 = 0$$

en $y^3 + 15xy + 658 = 0$? (*b*)

XXXV. VOORSTEL.

Welke zyn de waarden van x en y in de vergelykingen:

$$x^3y + xy^2 = 210$$

en $xy^2 + x^2y = 420$? (*c*)

XXXVI. VOORSTEL.

Door P. OLM.

Tien visschers vingen elk een zeker getal visschen; als men by hun aller som 45 addeert, en daar

(*b*) A. B. STRABBE, *Inl. tot de Mathem. Wetensch.* bladz. 258. N°. 38.
(*c*) *Idem*, N°. 39.

daar uit den quadraatwortel trekt, komt de wortel gelyk het getal van A zyn visſchen. Trekt men verder van zyn visſchen 1, en uit de rest den vierkantswortel, komen de visſchen van B; trek de visſchen van B van de visſchen van A, resteeren die van C; trekt men B zyn visſchen, van C dan is de vierkantswortel uit de rest de visſchen van D; trek die van D van die van B, uit de rest de wortel van de vyfde Mags, komen de visſchen van E; trek E zyn visſchen van die van A; uit de rest de vierkantswortel, by dezen wortel geteld de visſchen van D, die komende zyn de visſchen van F; de ſom der visſchen van E en F, getrokken van A zyn visſchen, resten die van G; den Teerlingswortel uit die van E geteld by de visſchen van F, komen die van H; de visſchen van A en B te ſamen geaddeert, dan daar afgetrokken die van C, de rest geteld by het Product der visſchen van E en D, komen die van I; en tweemaal de visſchen van A geteld by die van E, van dezen ſom getrokken 6 maal de visſchen van D, resten die van K: vrage hoe veel elk hadden? (*d*)

XXXVII. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door W. J. VAN HEMERT.

Eene formule te vinden waar door men *n* quadraatgetallen krygt, wier ſom wederom een quadraatgetal is?

XXXVIII.

(*d*) M JELLEN, *Rekenkundige byzonderheden*, pag. 91: N°. 116.

XXXVIII. VOORSTEL.

n Quadraatgetallen te vinden, zoo dat wanneer men van het grootste alle andere te zamen aftrekt, er een quadraatgetal overig blyve.

XXXIX. VOORSTEL.

In de formule:

$$\sqrt{x^2 - b} + \sqrt{b^2 - g} + \sqrt{b - g} = c$$

de waarde van *x* te vinden.

XL. VOORSTEL.

Gegeven zynde de aarde en de middellyn ces Equators der Aarde (welke men als een Spheroide aanzien kan) te vinden de periferie eens met den Equator evenwydigen cirkels, wiens breedte *b* is.

XLI. VOORSTEL.

Een fransch geleerde van de zestiende eeuw, *Jacobus . . . . tarins* genaamd, vond volgende formule uit:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 \ldots + n^3 = \tfrac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

Men vraagt naar het bewys?

XLII.

XLII. VOORSTEL.

Dit en het volgende Voorstel door G. FIKKEN.

Gegeven zynde

$$x\,y\,z = 18\,v\,(x+y+z+v)$$
$$y\,z\,v = 24\,x\,(x+y+z+v)$$
$$z\,v\,x = 32\,y\,(x+y+z+v)$$
$$v\,x\,y = 60\,z\,(x+y+z+v)$$

vraagt men de waarden van x, y, z en v?

XLIII. VOORSTEL.

In een gelykzydigen driehoek bevindt men dat het kleinste deel der loodlynen, als die alle drie getrokken worden $\sqrt{21\frac{1}{3}}$ doet; hoe lang is dan ieder zyde en hoe groot den inhoud?

XLIV. VOORSTEL.

Door BESTUURDERS.

Een getal te vinden, zoodanig dat, als men hetzelve by zyn cubus en vierkant vergaart, de som eene rationale cubus zy?

XLV.

XLV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door A. L. HECTOR.

De Toren van de Oldehore te Leeuwarden is stomp, doch het bovenplat is met een ringmuur omtrokken; wanneer men van deze muur naar buiten een steen laat vallen, dan valt dezelve in de laatste secunde juist door de onderste helft van de geheele hoogte des Torens. — *a.*) Hoe hoog is de Oldehove? — *b.*) Hoe lang blyft de steen onder weg? zo de steen in de eerste secunde zyns vals 15½ Rhynlandsche voeten doorloopt. (*e*)

XLVI. VOORSTEL.

Van eene Luchtpomp heeft de klok of ontfanger eenen inhoud van 460 teerlingsche duimen, en dien van den Cylinder of Pomp is 580 gelyke duimen. — *a.*) Indien men nu 10 slagen met den stuiger doet, hoe veel zal de lucht als dan in de klok verdund zyn? — of *b.*) hoe veel slagen moet men doen op dat de lucht in den ontfanger voor en na de pomping tot elkander in reden zy gelyk 2671 tot 20? (*f*)

XLVII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door W. J. VAN WYK.

Iemand ziet op een Horologie, gevraagd worden-

de

(*e*) LUCAS *Oling.* 4e. Deel, pag. 61.
(*f*) *Idem*, pag. 62.

de hoe laat het is, antwoordt tuſſchen 5 en 6 uren; doch daar men een naauwkeuriger antwoord begeert, legt hy dat in het zelfde oogenblik de minut en uurwyzer juist boven elkander ſtaan, men vraagt hoe laat het toen juist was?

XLVIII. VOORSTEL.

Een Horologie heeft twee wyzers, die op dezelfde ſpil draaijen, die, welke het ſpoedigſt gaat, loopt in 12 uren één rond; de andere doet zulks maar één in 18 uren; men vraagt wanneer deze twee wyzers (na te gelyk van een zelfde plaats vertrokken te zyn) wederom juist boven elkander zullen ſtaan?

XLIX. VOORSTEL.

Iemand koopt een zeker getal oſſen voor 80 gouden ryders; als hy er vier meer gekogt had voor die zelfde ſom, zou hy ieder os een ryder goedkoper gehad hebben, hoe veel oſſen heeft hy gekogt?

L. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door JAN PAUW.

Van twee getallen wiens ſom 12 is, is het vermenigvuldigde van de ſom hunner vierkanten met de ſom hunner cuben 34632; vrage na die getallen? door een vierkants vergelyking met *x* en *y* te ſtellen.

LI.

LI. VOORSTEL.

Iemand leent aan zyn goede vriend 300 Gl. voor 8 Maanden, nog 1050 Gl. voor 15 Maanden; zyn vriend wil hem dit dubbel vergelden, en leent hem daartoe een zekere ſom voor 10 Maanden, en nog het vierkant van deze ſom voor 20 Maanden; vraagt hoe groot de geleende ſommen geweest zyn?

LII. VOORSTEL.

Iemand koopt een os voor 128 Gl., denzelve slagtende, gelt aan een ander daar van de helft over zoo als 't hem kost; zyn helft, dien hy behoudt, verdeelt hy in twintig gelykwigtige portien, één van deze portien byzonder wegende, bevindt dat de quadraatwortel uit die ponden gelyk is aan de ſtuivers, die hem ieder pond kost; vrage hoe zwaar de os gewogen? en het pond gekost heeft?

LIII. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE.

Twee getallen (x en y) te vinden, wanneer men van elk, van hun ſom, en van hun verſchil, een gegeven quadraat-getal (a^2) aftrekt, dat de vier resten rationale quadraten zyn. (g)

L.

(g) P. HALKEN, *Zinnen-Confect*, p. 370. N°

LIV. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door W. J. VAN HEMERT.

Twee getallen door een vierkantsvergelyking te vinden, wier ſom 11, en de ſom hunner vyfde magten 100001 zy?

LV. VOORSTEL.

Te vinden de ſom der reeks

$$m^2+(m+1)^2+(m+2)^2+\ldots+n^2.$$

LVI. VOORSTEL.

Van eenen in C regthoekigen $\triangle ABC$ noem ik gemaklykheidshalven de beide regthoekzyden $AC=x$, $BC=y$, en de hypothenuſe $=z$. — Zoo nu $x+y=12$ en $(x+y)z^4-(x^3+y^3)2z^2+x^5+y^5=2016$ malen den inhoud is, vraagt men, hoe den inhoud des driehoeks door eene ſimpele vergelyking gevonden kan worden?

LVII. VOORSTEL.

Wanneer een regte kegel ACB met cirkelronde bazis door een vlak FG zoodanig geſneden wordt, dat hetzelve de beide gelyke zyden des kegel-drieboeks AC en BC in F en G treft, zonder echter met de bazis parallel te zyn: zoo ontſtaat eene Ellips of langrond. Gegeven zynde de diameter AB der grondvlakte des kegels $=a$, de hoogte des ke-

kegels CD$=b$, FA$=c$, en BG$=d$, te vinden den inhoud der Ellips FG?

LVIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door G. Fikken.

Men vraagt eene Arithmetiſche progreſſie van drie termen, welkers product is $=480$ en de ſom hunner quadraten 200. (*h*)

LIX. VOORSTEL.

Men vraagt twee getallen zoodanig dat men het eene met 5 en het andere met 8 vermenigvuldigt, en deze producten te zamen addeert er een rationaal quadraat-getal komt, en wanneer men by dit quadraat-getal weder 60 voegt de ſom als dan weder een rationaal quadraat-getal zyn zal, wiens wortel gelyk aan de ſom der beide getallen is.

LX. VOORSTEL.

Hoe veel goud is er in een klomp van goud en zilver, welks zwaarte 85 oncen en ſpecifica gravitas 15 is; de ſpecifica gravitas van goud 19 en van zilver $10\frac{1}{2}$ zynde.

LXI. VOORSTEL.

Van eenen driehoek ABC zy gegeven den hoek A$=40°$.

(*h*) Clairaut, *Algebra*, pag. 53ᵉ. N°. 188.

A = 40°, en den hoek B = 80°. als mede de radius des ingeschreven cirkels = 20; men vraagt naar de zyden des driehoeks.

LXII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door P. OLM.

Drie Timmerlieden hebben eenen ronden ſlypſteen gekocht voor *f* 14—:—, wiens diameter is 4 voeten; indien zy nu by beurten 12 duim dikte afſlypen, zoo dat de ſteen één voet diameter blyft, dan vraagt men, als men den ſteen naar reden van den inkoop wilde verkopen, wat zy dan voor de reſt zouden ontfangen, en hoe veel ieder verſlepen heeft? (*i*)

LXIII. VOORSTEL.

Een Rentenier geeft 800 Gl. op intreſt; een gedeelte tegen 3, en het overige tegen 4 ten honderd in 't jaar, ſimpele intreſt: ontvangt naar verloop van 5 jaren in alles voor intreſt 144 Gl. Men vraagt welke de beide gedeelten zyn? (*k*)

LXIV. VOORSTEL.

Zoek twee getallen, die te zamen in ſom 14 uit-

(*i*) M. JELLEN, *Rekenkundige byzonderheden*, pag. 96. N°. 104.

(*k*) *Inleiding der Mathem. Wetenſch.*, pag. 226. Voorſt. 27.

uitmaken, en waarvan de som des cuben xy 854. (*l*)

LXV. VOORSTEL.

Twee getallen te vinden in reden van 2 tot 5, welker som staat tot de som hunner vierkanten als 7 tot 87. (*m*)

LXVI. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. VLASVELD.

Vindt een geometrische progressie van drie termen, wanneer men van dezelve aftrekt de gegevene getallen a, b, c, dat er rest een Arithmetische progreslie. (*n*)

LXVII. VOORSTEL.

Vindt een geometrische progressie van drie termen, wanneer men van dezelve aftrekt een gegevene arithmetische progres 5, 6, 7, dat de rest zy een geometrische progres. (*o*)

LXVIII. VOORSTEL.

Vindt twee progressien van vier termen, de eene arith-

(*l*) *Idem*, pag. 238. N°. 7.
(*m*) *Idem*, pag 228. N° 38
(*n* P VENEMA, *Vierk. Vergel.* N°. 111.
(*o*) *Idem*, N°. 112.

arithmetisch en de andere geometrisch, zoodanig dat de arithmetiſche afgetrokken van de geometriſche, rest de gegevene getallen 3, 5, 9, 16. (*p*)

LXIX. VOORSTEL.

Iemand vraagde my eens: hoe veel jaren hebt gy als ondermeester al doorgebragt? ik antwoorde: zoo gy dezelve verheft tot hun vierkant, en by dat vierkant telt 21 jaren, en ook van dat zelfde vierkant aftrekt 49 jaren, en dan de ſom met de rest vermenigvuldigt er niets uitkomt, reken nu hoe veel jaren ik als ondermeester al heb doorgebragt.

LXX. VOORSTEL.

[*Dit en het volgend Voorſtel door* O. S. BANGMA.

Een regte kegel met cirkelronde bazis, door eene elliptiſche ſnede geknot zynde, zoo vraagt men naar het middelpunt van zwaarte van het afgeſneden topſtuk.

LXXII. VOORSTEL.

Een regte kegel met cirkelronde bazis, door twee evenwydige elliptiſche ſneden in drie deelen gedeeld zynde, zoo vraagt men naar het middelpunt van zwaarte van het middelſte ſtuk.

LXXII.

(*p*) *Idem*, N°. 113.

LXXII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. VAN WYK Rz.

Amsterdam ontfangt een Factuur uit *Lions* over verscheidene soorten van aldaar ingekogte zyden stoffen, als:

van N°. 1;	27⅛	Aunes a Liv.	24-:-:	bedr. Liv.	663-:-:
—— 2;	29	—— ——	17-:-:	—— ——	493-:-:
—— 3;	29¼	—— ——	15-:-:	—— ——	438-15-:
—— 4;	57½	—— ——	14-10-:	—— ——	828-6-3
—— 5;	28¼	—— ——	13-10-:	—— ——	388-2-6
—— 6;	37¼	—— ——	13-:-:	—— ——	484-5-:
—— 7;	62	—— ——	6 5 :	—— ——	387-10-:
—— 8;	79	—— ——	4-17-6	—— ——	385-2-6
				Liv.	4058-1-3
Lions berekent voor onkosten. . .					12-1-3
en voor provisie 2 pCt. . .					81-12-:
				Beloop Liv.	4161-14-6

Dit beloop wordt op Parys getrokken, welke voor provisie, courtagie en briefporten in alles rekent Liv. 22:1:6, maakt te samen Liv. 4183-16-:

Parys trekt deze som wederom op Amsterdam a 54½ ß Banco, beloopt in Amsterdam Banco *f* 1900-3-:

Voor Agio van 't bovenstaande Bankgeld a 5 pCt. 95-:-:

Voor onkosten moet nog betaald worden 68-12-:

Dus kosten de gemelde stoffen te Amsterdam in alles Courant. . . *f* 2063-15-:

Nu begeert men te weten hoe veel de Amſterdamſche elle van ieder ſoort van goederen in guldens Courant te ſtaan komt als men 100 Ellen te Amſterdam gelyk 57 Ellen te Lions rekent. (*q*)

LXXIII. VOORSTEL.

Als in een driehoek ABC uit een der hoeken B op de overſtaande zyde AC, of derzelver verlengde, een perpendiculair BD, wordt nedergelaten, dan is: als A ſcherp is:

$$AC : AC - 2AD = Sin.(A+C) : Sin.(A-C)$$

en als A ſtomp is:

$$AC : AC + 2AD = Sin.(A+C) : Sin.(A-C)$$

door welke eigenſchap de hoeken A en C bekend worden wanneer $\angle$ B, AC, en AD gegeven zyn. Men vraagt een *ſynthetiſch bewys* voor deze regel.

LXXIV. VOORSTEL.

Gegeven zynde $x^2 + xy + xz + y = 21$

$y^2 + xy + zy + z = 31$

$z^2 + xz + zy + x = 38$

men vraagt de waarde van x, y en z door een vierkants vergelyking?

LXXV. VOORSTEL.

Men vraagt de vergelyking van eene kromme waar van de inhoud tot den inhoud van den driehoek, welke door de Tangent, Ordinaat, en Subtangent gemaakt wordt, eene gegevene reden heeft.

LXXVI.

(*q*) 12e Onopgeloste Voorſtel uit het aanhangſel van eenige Voorſtellen, pag. 102. van het nodig vervolg op het Vernieuwde Licht des Koophandels.

LXXVI. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR.

Geſteld dat er 100 volmaakt veerkragtige yvooren ballen naast of agter elkander, in eene regte lyn aan draden zyn opgehangen, waar van de masſa's of klompen naar deze reden toenemen 1, 2, 4, 8, 16 &c. — Indien men nu den eerſten bal tegen den tweeden laat botzen, 1e welke is dan de ſnelheid, die de honderdſte bal van den eerſten verkregen heeft door tusſchenkomst van de 98 anderen? Of zoo de botſing van den grootſten bal begint: 2e welke is dan de ſnelheid van den kleinſten tot den grootſten voor de botſing; en zoo de botſing van den kleinſten bal begint: 3e welke is dan zyne ſnelheid voor de botſing tot die van den grootſten? (*r*)

LXXVII. VOORTSEL.

Door P. A. DUBEGE.

Van eene gegevene vergeiyking de limieten der Wortels te vinden?

LXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door G. FIKKEN.

Vindt twee getallen waar van de ſom der quadraten is 58; en zoo men het quadraat van hunne ſom met het grootſte vermenigvuldigt, dat het product 700 zy. (*s*)

LXXIX.

(*r*) LUCAS *Oling.* Rekenk. Voorſt. 4e. Deel, pag. 69.
(*s*) A. B. STRABBE, *Inl. tot de Mathem. Wetenſch.* 2e Deel, pag. 276. N°. 8.

LXXIX. VOORSTEL.

Vindt twee getallen, wier ſom is 16, en zoo men de ſom hunner cuben by driemaal de ſom hunner quadraten vergaart, dat er 1624 kome; welke zyn die getallen? (*t*)

LXXX. VOORSTEL.

Zoek twee getallen, welker vermenigvuldigde is 1073, en zoo men van het quadraat des grootſten getals het viervoud van het kleinſte aftrekt, dat het overblyſſel zy 1253. (*u*)

LXXXI. VOORSTEL.

Daar zyn drie getallen in eene geometriſche progreſſie wier ſom 21, en het verſchil der quadraten van de grootſte en kleinſte termen 135 is, welke zyn die getallen? (*v*)

LXXXII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door
A. HARREBOMÉE.

Vindt twee getallen, wier ſom een rationaal quadraat is, en wanneer men van het quadraat der ſom ieder getal byzonder aftrekt, de reſten twee quadraten zyn. (*w*)

LXXXIII.

(*t*) *Idem*, N°. 9.
(*u*) *Idem*, N°. 10.
(*v*) *Idem*, N°. 12.
(*w*) P. HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 291.

LXXXIII. VOORSTEL.

Een regthoekigen driehoek te vinden, wiens inhoud vermenigvuldigd met het verschil der regthoekszyden, er een quadraat kome.

LXXXIV. VOORSTEL.

Gegeven $x\ y^2 = 108$
$x^3\ z^4 = 3456$
$z^5\ s^6 = 23328$
vraagt men naar x, y en z?

LXXXV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door H. G. WITLAGE *en* J. F. KLIEFOOT.

Iemand heeft drogeryen, waar van het ℔ *f* 4-10-: kost, hier voor wil A hem geven *f* 5-:-:, mits dat hy tot de betaling 8 Maanden tyd hebbe, B wil deze goederen ook gaarne hebben, maar begeert tot de betaling 2 Maanden langer tyd dan A, en zal dan 8½ ten honderd in 't jaar meer winst geven dan A geboden heeft; zoo B nu deze goederen koopt, hoe veel moet zy voor 't ℔ betalen? (*x*)

LXXXVI. VOORSTEL.

Een party Maagdenburger Honing, welke ingekocht is a *f* 27½ de ton, wordt na dat dezelve één maand gelegen had voor *f* 33-:-: de ton verkoobt, te betalen over 7 maanden. Zoo nu de koo-

(*x*) *Vern. Licht des Koops.* pag. 335. N°. 106.

kooper met de betaling 2 maanden langer wacht dan de bedongene termyn, is de vraag, hoe veel ten honderd in 't jaar de verkooper meer zoude gewonnen hebben, zoo wanneer de kooper woord gehouden had? (y)

LXXXVII. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI.

Twee getallen te vinden, welker verſchil 8 is; zoodanig, dat deelende elk derzelver in 6900, het verſchil der quotienten gelyk aan 160 zy. (z)

LXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door T. J. KERKHOVEN.

Een Weduwenaar, die twee Zoons en twee Dochters had, een tweede huwelyk willende aangaan, maakt vooraf de volgende beſchikking over zyne aanzienlyke goederen: dat, wanneer hy mogt komen te overlyden, zyne toekomende Vrouw zoude hebben 41400 Guldens, zyn oudſte Zoon 36000 Gl., de jongſte Zoon 35000 Gl. de oudſte Dochter insgelyks 35000 Gl. en de jongſte Dochter 34000 Gl: — voorts moesten by minderjarigheid der kinderen hunne erfportien worden belegd tegen 3 pCt. in 't jaar; en de moeder zou voor de opvoeding der kinderen genieten, van den oudſten Zoon 480, van den jongſten Zoon 450, van de oudſte Dochter 550, en van de jongſte Dochter 520 Gl. Jaarlyks, zoo lang tot dat ieder Kind 25 Jaa-

(y) *Idem*, N°. 108.
(z) A. B. STRABBE; *Inl. tot de Math. Wetenſch.* pag. 270. N°. 32.

Jaaren zoude bereikt hebben. — Maar naauwlyks was de bruiloft geëindigd, of de jong getrouwde man krygt een beroerte en ſterft: zoo nu by meerderjarigheid der kinderen bevonden wordt, dat aan ieder kind, zoo aan kapitaal als intresſen, evenveel moet uitgekeerd worden, als aan de moeder by testament gemaakt is: hoe oud was dan ieder kind by het overlyden van den vader? (*a*)

LXXXIX. VOORSTEL.

Van de Valbrug van den Haag tot aan het Duin in Scheveningen is de afſtand 916 Roeden. Nu gaat iemand uit den Haag naar Scheveningen met een kruiwagen, waar van het rad een omtrek heeft van $4\frac{5}{7}$ voeten; en ten zelven tyde rydt een ander uit Scheveningen naar den Haag met een kar, welker raderen $15\frac{5}{7}$ voeten in omtrek houden: zoo nu het paard voor de kar driemaal zoo hard loopt, als de man achter de kruiwagen gaat, dan is de vraag, als zy elkander ontmoeten, welk rad het meest is rond geweest, dat van den kruiwagen of dat van de kar, en hoe veel het verſchilt? (*b*)

XC. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door O. S. BANGMA.

Alle Wortels te vinden:

1e Van de vergelyking $x^m - 1 = 0$.
2e Van de vergelyking $x^m + 1 = 0$.

XCI.

(*a*) LUCAS OLING, 4e Stukje, pag. 25. N°. 66.
(*b*) *Idem*, pag. 5. N°. 11.

XCI. VOORSTEL.

Alle Wortels te vinden van de vergelyking

$$x^{2n} - 2\,x^{n}\,Cos.\,b + 1 = 0$$

XCII. VOORSTEL.

Alle Wortels te vinden van de vergelyking

$$x^{2n} + 2\,x^{n}\,Cos.\,b + 1 = 0$$

XCIII. VOORSTEL.

Gegeven zynde *Tang* s, te vinden x, door een oneindige reeks, (*zonder differentiaal rekening*)

XCIV. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. VAN WYK RZ.

In de beenen van eenen gegevenen hoek ABC zyn twee punten P en Q gegeven; nu begeert men uit het hoekpunt B eene lyn BD zoodanig te trekken, dat latende uit de punten P en Q loodlynen PF en QE op deze lyn BD vallen, de driehoeken BPF en BQE van gelyken inhoud zyn. (*c*)

XCV.

(*c*) JACOB DE GELDER, Handleiding tot de Beschouwende en Werkdadige Meetkunst, I Deel, pag. 171. N°. 68.

XCV. VOORSTEL.

In den zelfden hoek de lyn BD zoodanig te trekken, dat de loodlynen PF en QE tot elkander eene gegevene reden hebben. (*d*)

XCVI. VOORSTEL.

In den zelfden hoek de lyn BD zoodanig te trekken, dat PF + QE gelyk zy aan eene gegevene lyn. (*e*)

XCVII. VOORSTEL.

In den zelfden hoek de lyn BD zoodanig te trekken, dat $\overline{PF}^2 + \overline{QE}^2$ gegeven zy. (*f*)

XCVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door BESTUURDERS.

Gegeven zynde eene onbepaalde regte lyn AB, op welke in eenig punt A gefteld is een bepaalde perpendiculair AC; in het vlak van deze beide lynen een punt D te vinden, zoodanig, dat, indien men uit hetzelve eene loodlyn DE laat vallen op de voorgemelde lyn AB, de regthoek uit deze loodlyn DE en het ftuk AE gelyk zy aan de helft van het vierkant op de lyn van D tot C getrokken.

XCIX.

(*d*) *Idem*, N°. 69.
(*e*) *Idem*, N°. 70.
(*f*) *Idem*, N°. 71.

XCIX. VOORSTEL.

In het voorgaand Voorstel het punt D zoodanig te vinden, dat de regthoek uit DE en AE gelyk zy aan het vierkant op de lyn van D tot C getrokken.

C. VOORSTEL.

In het zelfde Voorstel het punt D zoodanig te vinden, dat de regthoek uit DE en AE gelyk zy aan het achtste gedeelte van het vierkant op de lyn CD.

CI. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door G. Fisher.

De som 45 en de som der cuben 15795 van vier getallen in eene geometrische progressie gegeven zynde; vraagt men, welke die getallen zyn? (*g*)

CII. VOORSTEL.

Men begeert vier getallen, in eene geometrische progressie, te vinden, zoodanig, dat de som der uiterste 42; de som van de quadraten der uiterste 3185 zy, welke zyn die getallen? (*h*)

CIII.

(*g*) A. B. Strabbe; *Inl. tot de Math. Wetensch.* 2e Deel, pag. 277. N°. 15.

(*h*) *Idem*, N°. 14.

CIII. VOORSTEL.

Daar zyn vier getallen in eene geometrische progressie, van welken de som van 't tweede en vierde is 90; en het verschil tusschen het derde en eerste is 24; welke zyn die getallen? (*i*)

CIV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door H. W. CAPARI.

Daar zyn twee getallen, welker verschil is 4, en het verschil hunner cubén 604; welke zyn die getallen? (*k*)

CV. VOORSTEL.

Het getal 32 in twee deelen te deelen, zodanig, dat het vermenigvuldigde van de vierkanten der deelen zy 30605. (*l*)

CVI. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door H. G. WITLAGE, JR. *en* J. F. KLIEFOOT.

Er zyn drie Schepen by malkanderen, van daar zeilt A regt West 18 mylen, C regt Oost 32 mylen, en B regt Zuid zoo lang tot hy met A en C

(*i*) *Idem*, N°. 13.
(*k*) *Idem*, pag. 266. N°. 3.
(*l*) *Idem*, pag. 268. N°. 22.

C eenen regten hoek maakt; vrage naar de gezeilde mylen van B? (*m*)

CVII. VOORSTEL.

Men heeft in zeker Bosch een waterkom gegraven, wier oppervlakte cirkelrond is, en in het midden een *Pedeſtal* gezet met een fraai beeld verſierd. Indien nu de omtrek der kom is 440 voeten, en de top der Pedeſtal boven de oppervlakte der kom 20 voeten, dan is de vraag hoe ver die top van den buitenrand der kom is? (*n*)

CVIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door T. J. KERKHOVEN.

Indien een Slinger-uurwerk, 't welk te Utrecht naauwkeurig halve Secunden ſlingert, boven op den Toren van den Dom wierd geplaatst, en aldaar in 3 weeken 62 ſlingeringen minder deed, dan voorheen in denzelfden tyd beneden in de Stad, toen het juist tweemaal in elke Secunde ſlingerde: — hoe hoog is dan de Dom's Toren? (De radius der Aarde tot 860 mylen en iedere myl op 23604 voeten gereekend.) (*o*)

CIX.

(*m*) G. M. OOSTWOUD, *Schole der Stuurlieden*, Toegift, Voorſt. 20.

(*n*) M. JELLEN ZUIDHOF, *Meethundig Reken.* pag. 30. Voorſt. 23.

(*o*) LUCAS OLING; 4e Stukje, pag. 60. N°. II.

CIX. VOORSTEL.

Wanneer men in den put, op het voormalig Valkenhof (een beruchte oude Burgt te *Nymeegen*, reeds door *Karel den Groote* gebouwd, doch onlangs by afbreuk verkocht en gesloopt) een steen laat vallen, hoort men, na 5 secunden gewagt te hebben, het geluid van den val des steens beneden in het water. Wanneer nu de steen in de eerste secunde van zynen val $15\frac{1}{2}$, en het geluid 1108 Rhynlandsche voeten in éene secunde doorloopt, hoe diep is dan het water beneden den bovenrand van den put? (*p*)

CX. VOORSTEL.

Wanneer de Aarde in December het minst van de Zon verwyderd is, dan gaat dezelve in 24 uuren, 61 minuuten en 16 secunden op deszelfs baan voorwaards, en beslaat in dat gedeelte van haar baan, uit de Zon gezien $17\frac{7}{25}$ secunden: daarentegen in Juny, wanneer de Aarde zich op het verste van de Zon bevindt, is de voortgang in 24 uuren slechts 57 minuuten 12 secunden, bevattende als dan $16\frac{18}{25}$ secunden van derzelver baan. Daar nu de Aarde 1719 mylen in den middenlyn heeft, hoeveel mylen is dan deszelfs voortgang in 24 uuren *a*) omtrent de langste, *b*) omtrent de kortste dag, en *c*) hoeveel is het verschil? (*q*)

CXI. VOORSTEL.

Een Boer, komende met eijeren ter Markt, wordt

(*p*) *Idem*, pag. 61. N°. C.
(*q*) *Idem*, pag. 4. N°. 9.

wordt van een Koopman gebooden 32 ſtuivers voor 't honderd, doch het welk de Boer weigert; vervolgens bied de Koopman voor ieder ei, welk hy boven de 600 heeft, 4 ſtuivers, zoo de Boer hem 600 voor niet geeft: dit neemt de Boer aan en ſlaat den koop toe. Indien de Koopman hem nu juist 8 ſtuivers minder dan naar het eerſte bod betaalt, hoe veel eijeren had dan de Boer? (*r*)

CXII. VOORSTEL.

Door O. S. BANGMA.

Een Stuurman met zyn Schip in zee op noorder breedte zynde, zeilt eerst regt oost 100 myl, van daar regt noord 100 myl, vervolgens regt west 100 myl, toen regt zuid 100 myl. en eindelyk regt oost 100 myl; waar na hy zich wederom op dezelfde plaats bevindt, daar hy van daan gekomen is; nu begeert hy te weten op wat breedte hy zich bevind.

CXIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door BE-STUURDERS.

Het middelpunt van zwaarte eens gegeven cirkelboogs te vinden.

CXIV.

(*r*) *Idem*, pag. 32. N°. 85.

CXIV. VOORSTEL.

Het middelpunt van zwaarte eens gegevenen cirkel-segments te vinden

CXV. VOORSTEL.

Het middelpunt van zwaarte eens gegevenen cirkel-sectors te vinden.

CXVI. VOORSTEL.

Door A. Harrabomée.

Men begeert twee getallen te vinden, wier product a is, en m maal de som der cuben zoo veel zy als n maal de cubus van hun som.

CXVII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door W. J. van Hemert.

Kan een getal, het welk =

$A^a + B^a + C^a + D^a +$ &c. van n termen is,

ook wel op oneindig veele wyzen in n andere quadraten (met het teeken +) verdeeld of geſplitst worden?

CXVIII. VOORSTEL.

Hoe kan men uit de formule

$$\frac{Sin.x+Sin.(x+b)+Sin.(x+2b)+\ldots+Sin.(x+nb)}{Cos.x+Cos.(x+b)+Cos.(x+2b)+\ldots+Cos.(x+nb)} + \frac{Cos.x+Cos.(x+b)+Cos.(x+2b)+\ldots+Cos.(x+nb)}{Sin.x+Sin.(x+b)+Sin.(x+2b)+\ldots+Sin.(x+nb)} = a$$

de waarde van x vinden?

CXIX. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door G. Fikken.

Men vraagt drie getallen, wier product 25 is; het product van het grootſte en kleinſte $25\sqrt{\frac{1}{7}}$ en de ſom der beide kleinſte, vermenigvuldigt met het kleinſte getal, het product $\sqrt{60+50\sqrt{1\frac{2}{5}}}$ zy.

CXX. VOORSTEL.

Van eenen scherphoekigen driehoek ABC, waarin uit den tophoek B eene lyn BD tot den basis AC getrokken is, die dezelve in twee deelen AD en DC snydt; is gegeven den hoek ABC = 53° en de deelen van den basis AD = 8,2 en DC = 4,8 alsmede BD = 12,1. Men vraagt naar de beenen AB en BC?

CXXI. VOORSTEL.

Van den voorgaanden driehoek gegeven zynde hoek ABD = 30° hoek DBC = 23° de basis AC = 13 en BD = 12,1 vraagt men naar de beenen AB en BC?

CXXII. VOORSTEL.

Men vraagt drie getallen in eene harmonische evenredigheid, van wien producten twee aan twee genomen, hun product van ieder afzonderlyk afgetrokken zynde, er drie rationale quadraten overblyven? (*s*)

CXXIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door J. F. KLIEFOOT *en* H. G. WITLAGE JR.

Van vier getallen staat het eerste in reden tot het

(*s*) HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 304.

het tweede, als het derde tot het vierde. Zoo nu bekend is, de ſom der getallen = 32 (*a*), de ſom van hunne quadraten = 340 (*b*) en de ſom van hunne cuben = 4256 (*c*); vraagt men welke die getallen zyn? (*t*)

CXXIV. VOORSTEL.

Men vraagt een getal, zodanig dat wanneer men by deszelfs driehoek, vierkant en proniek, reſpectivelyk vergaart 1 maal, 9 maal en 23 maal het getal, er dan 3 quadraten komen, wier wortels in eene Arithmetiſche Progreſſie ſtaan?

CXXV. VOORSTEL.

Zoo van drie getallen bekend is de ſom = 25 (*a*), de ſom der vierkanten = 269 (*b*), en het verſchil der cuben van de twee eerſte = 1720 (*c*), vraagt men welke die getallen zyn?

CXXVI. VOORSTEL.

Twee getallen te vinden, zoodanig dat hun ſom met het grootſte vermenigvuldigd zynde, het product

(*t*) A. B. Strabbe; *Inl. tot de Math. Weetenſch.* N°. 89. pag. 265.

duct gelyk zy aan 273; en zoo men hun verſchil met het kleinſte vermenigvuldigd dat het product 40 zy. (*u*)

CXXVII. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door P. A. Durrok.

Van vier getallen ſtaat het eerſte in reden tot het tweede als het derde tot het vierde; zo nu bekend is de ſom der getallen = 32, de ſom der quadraten = 340, en de ſom van hunne cubicquen = 4256, vraagt men welke die getallen zyn? (*v*)

CXXVIII. VOORSTEL.

Vier getallen in een Geometriſche Progreſſie te vinden, zodanig dat hun ſom = 45 en de ſom hunner vierkanten = 765 zy? (*w*)

CXXIX.

(*u*) *Idem*, N°. 28. pag. 269.
(*v*) *Idem*, pag. 237. N°. 89.
(*w*) *Idem*, pag. 247. N°. 60.

CXXIX. VOORSTEL.

Een Geometrische Progressie van 4 termen te vinden, zodanig dat de som der cuben van de middelste termen = 9000 en de som der cuben der uiterste termen = 64125 zy? (x)

CXXX. VOORSTEL.

De som 45 en de som der cuben 15795 van vier getallen in een Geometrische Progressie gegeven zynde, vraagt men welke die getallen zyn? (y)

CXXXI. VOORSTEL.

Het vermenigvuldigde en de som der cuben van twee getallen gegeven zynde, vraagt men niet alleen, welke die getallen zyn, maar ook hoe men uit de oplossing van dit Voorstel een algemeen Theorema voor de oplossing van cubische vergelyking, volgens de leerwyze van *Cardanus*, zal kunnen afleiden? (z)

CXXXII.

(x) *Idem*, pag. 247. N°. 59.
(y) *Idem*, pag. 255. N°. 15.
(z) *Idem*, pag. 253. N°. 1.

CXXXII. VOORSTEL.

Door A. VOLKERSE.

Geſteld dat een Ondergaarder genoten heeft 5 pCt. van het gene hy zelfs collecteerde, en een Hoofdgaarder 3½ pCt. van het gene hy zelfs collecteerde en een pCt. van het gene hy, na aftrek van des Ondercollecteurs gaarloon, van denzelven ontving. — Nu hebben deze beide gecollecteerd te zamen Bruto *f* 2600 — waar van het gaarloon van den Hoofd- en Ondergaarder met de 1 pCt. als boven bedraagt *f* 140 : — dus de Hoofdgaarder zuiver verantwoord *f* 2460; vrage, hoe veel heeft elk Bruto gecollecteerd? —

CXXXIII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door W. J. VAN WYK.

De zyde van een vierkant 110 duimen zynde, vraagt men de lengte en breedte van een' regthoek, waarvan de omtrek gelyk is aan dien van het vierkant plus 4 duim: doch wiens inhoud 4 vierkante duimen kleiner is, dan den inhoud des vierkants?

CXXXIV. VOORSTEL.

Wat dag der week is geweest den 5 July 1784; als mede die van den 8 January 1807?

CXXXV. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door J. VAN WYK Rz.

Twee ſchepen A en B, by elkander zynde op 50 graden breedte en 24 graden lengte: zeilt A van daar W. N. W. 310 mylen; B, W. Z. W. mede 310 mylen. Vrage, wat koers, en hoe ver deze 2 ſchepen van elkanderen zyn, als mede wat koers en verheid van zeker Eiland, dat op 50 graden N. breedte, en 345 graden lengte ligt? (*a*)

CXXXVI. VOORSTEL.

Op 51 graden 30 minuten N. Pools hoogte, begeert men te zeilen naar eene plaats, liggende van daar W. Z. W. 110 mylen: men gaat zeilen, eerst W. Z. W. en na dat men op de koers 35 mylen gezeild heeft, verandert de wind, en maakt een' koppelkoers, 20 mylen W. ten N. en 65 mylen Z. ten W. Vrage naar de gewonnen en resterende breedte, naar de koers en verheid, die gezeild moet worden, om de begeerde plaats te bekomen; als mede naar de regte koers en verheid, van de afgevaren tot de bekomen plaats, mitsgaders naar het afwyken van den Meridiaan? (*b*)

CXXXVII.

(*a*) GOV. M. OOSTWOUD, *Schole der Stuurluyden*, pag 196. N°. 28.

(*b*) *Idem*, pag. 198. N°. 34.

CXXXVII. VOORSTEL.

Iemand zynde op eene onbekende breedte, zeilt van daar W. N. W. 185 mylen, daar bevindt hy zyne lengte 8 graden 18 minuten veranderd te wezen. Vrage naar de afgevarene en bekomene breedte? (*c*)

CXXXVIII. VOORSTEL.

Twee ſchepen A en B, liggen beide op 356 graden lengte: A op 40 graden, en B op 50 graden N. breedte; van daar zeilt A, N. W. en B, Z. W. ten W. tot dat beide komen op 345 graden lengte. Vrage hoe veel dezelve van elkanderen zyn? (*d*)

CXXXIX. VOORSTEL.

Drie ſchepen A, B en C, liggen Oost en West van elkanderen op 36 graden N. breedte: B Oost van A 28 mylen, en C Oost van B 10 mylen; zy zeilen alle drie Noordelyk aan; alzoo dat zy by elkander in een punt komen, als wanneer B heeft gezeild 28 mylen, en de hoek die de koerſen van A en C beſluit is zes ſtreken. Vrage naar de bekomene breedte, ook de gezeilde mylen van A en C, mitsgaders de koers die ieder gezeild heeft? (*e*)

CXL.

(*c*) *Idem*, pag. 199. N°. 39.
(*d*) *Idem*, pag. 202. N°. 45.
(*e*) *Idem*, pag. 245. N°. 27.

CXL. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door J. R. SCHMIDT.

Men vraagt de som der oneindige reeks:

$$2, \frac{1}{5}, \frac{6}{25}, \frac{6}{125}, \frac{17}{625}, \frac{23}{3125}, \frac{51}{15625} \text{ enz.}$$

te bepalen.

CXLI. VOORSTEL.

Indien de Directrix van eene conchoïde (HEI) in plaats van eene regte lyn een cirkel (AFBA) is, die de pool (D) van dezelve insluit, vraagt men het punt (E) van de conchoïde te bepalen, dat het meest tot de cirkel nadert.

CXLII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door F. G. A. DE LELIE.

Een vyfhoekig geral te vinden dat gelyk is aan zevenmaal desselfs zyde.

CXLIII.

CXLIII. VOORSTEL.

Een vyfhoekig getal te vinden, dat 2 meer is dan een driehoekig getal, en zoo dat de ſom der zyden van de twee getallen te zamen 7 maakt.

CXLIV. VOORSTEL.

Men vraagt tot welk ſoort van veelhoekige getallen het getal 21 behoort, wanneer bekend is dat de zyde gelyk is aan 2 maal den hoek van het gegevene getal.

CXLV. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI.

Een leerling in de Arithmetica, om zig in de gebrokens te oefenen, addeert ■ $3\frac{1}{4}$ tot 4 ■ $\frac{1}{2}$, van de ſom neemt hy af 5 ■ $\frac{1}{4}$, multipliceert de rest met ■ $6\frac{1}{2}$, deelt het komende door $10\frac{1}{■}$ en bekomt ten laatſte $35\frac{1}{8}$. Hy heeft de cyferletters ■ die overal gelyk zyn, zelfs uitgeveegd, en wilde dezelve gaarne door geſchikte kunst wederom vinden. Vrage wat ■ geweest is?

CXLVI. VOORSTEL.

Door P. A. Durege.

Daar zyn vier getallen in eene geometriſche Progresſie wier ſom is 4160, en indien men het vermenigvuldigde der beide uiterſte tot het product van derzelver cubic wortelen vergaart, zal de ſom 884832 zyn, welke zyn die getallen? (*f*)

CXLVII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door J. F. Kliefoot.

Eene onbepaalde lyn AB, met een punt P beneden dezelve, in ſtelling gegeven zynde, begeert mén door dat punt P eene regte lyn te trekken, welke die lyn AB zal doorſnyden, onder een hoek gelyk zynde aan eenen gegevenen hoek. (*g*)

CXLVIII. VOORSTEL.

Het verſchil der vierkanten van twee getallen = 63 en de ſom hunner cuben = 2457 gegeven zynde; vraagt men naar die getallen. (*h*)

CXLIX.

(*f*) A. B. Strabbe, *Inl. tot de Math. Weetenſch.* pag. 256. N°. 20.

(*g*) Jacob de Gelder, *Handl. tot de beſch. en werkd. Meetk.* pag. 169. I. *Vr.*

(*h*) A. B. Strabbe, *Inl. tot de Mathem. Weetenſch.* pag. 278. N°. 19.

CXLIX. VOORSTEL.

Zoek drie getallen, wier ſom der cuben doet 368, zoodanig dat indien men het eerſte en derde getal ieder byzonder tot den cubus van het tweede vergaart, de uitkomſten zyn 128 en 131. (*i*)

CL. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door H. G. WITLAGE JR.

Zoek drie getallen, welker ſom is 10 = *a*, haar vermenigvuldigde 30 = *b*, en de ſom der quadraten 38 = *c*. (*k*)

CLI. VOORSTEL.

Er zyn in ſtelling gegeven twee evenwydige lynen AB en CD, met een punt P, het zy tusſchen of buiten die lynen gelegen, nu begeert men door het punt P eene lyn te trekken, zoodanig dat het gedeelte RS van die lyn, tusſchen de gezegde evenwydige lynen begrepen, gelyk zy aan eene gegevene lyn *r*. (*l*)

CLII.

(*i*) *Idem*, pag. 278. N°. 22.

(*k*) *Idem*, pag. 280. N°. 34.

(*l*) JACOB DE GELDER, *Handl. tot de beſch. en werkd. Meetk.* pag. 169. II. *Vr.*

CLII. VOORSTEL.

Door T. J. KERKHOVEN.

Uit twee havens, die Noord-Oost en Zuid-West van elkander liggen, zeilen in een lynregte koers twee ſchepen. Na dat het eerſte ſchip 50 mylen had afgelegd ankerde het in eene haven, welke onder denzelfden meridiaan lag als die, waar uit het tweede ſchip was gezeild, en het tweede ſchip eindigde na 42 mylen zeilens zyne reis in eene haven die vlak in het Westen lag van die, waar uit het eerſte ſchip was vertrokken. 1. Hoe veel mylen was de afſtand van de twee eerſte ſchepen? 2. Hoe veel die van de twee laatſte? 3. Welke was de breedte van iedere haven? 4. Welke was de koers van beide ſchepen? en 5. Welk was derzelver Oostering of Westering? (*m*)

CLIII. VOORSTEL.

Dit en de zes volgende Voorſtellen door J. VAN WYK RZ.

Gegeven zynde
$x^8 - 2x^6 - 2x^5 - 2x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 3 = 0$
Men vraagt naar x?

CLIV. VOORSTEL.

De boog van een quadrant is verdeeld in twee ongelyke deelen. Het verſchil der Tangenten dier deelen is tweemaal zoo veel dan het product van de ſom en het verſchil hunner Sinuſſen, en de ſom der Tangenten is gelyk vyfmaal het verſchil der Secanten. Men vraagt naar de lengte van den Radius en elken boog?

CLV.

(*m*) LUCAS OLING, *Rekenk. Voorſt.* 4e Stukje, pag. 69. N°. 11.

CLV. VOORSTEL.

Men begeert het mogelyk kleinste getal te vinden, zoodanig, dat als men hetzelve in vier deelen verdeelt, waar van de drie eerſten tot elkander in reden ſtaan, als 1, 2, 3, de ſom der *Producten* van die deelen, drie aan drie genomen, gelyk zyn aan een gegeven getal 39930. Welke zyn die deelen? (*n*)

CLVI. VOORSTEL.

Het getal 315 in vier deelen te verdeelen, waar van de drie eerſten tot elkander in reden zyn, als 2, 3, 4, zoodanig dat de ſom de *Producten abc, bcd, cad, dab*, (*a, b, c, d* de deelen uitdrukkende) van die deelen, de mogelyk grootſte zy. Welke zyn die deelen? (*o*)

CLVII. VOORSTEL.

Het getal 1262 in vier deelen te verdeelen, waar van de beide eerſten tot elkander in reden zyn, als 2 tot 3, en de beide laatſten, als 3 tot 4, zoodanig dat de ſom der zes *Producten* van die deelen, twee aan twee genomen, de mogelyk grootſte zy. Welke zyn die deelen? (*p*)

CLVIII. VOORSTEL.

Een getal zoodanig in zes deelen A, B, C, D, E, F

(*n*) A. B. STRABBE, *Fluxie-Rekening*, pag. 181. N°. 21.
(*o*) *Idem*, pag. 181. N°. 22.
(*p*) *Idem*, pag. 181. N°. 23.

E, F te verdeelen, dat A en B tot elkander in reden zyn, als 1 en 2, C tot D als 2 tot 3, en E tot F als 3 tot 5, en dat de ſom van de quadraten der deelen de mogelyk kleinſte zy: welke zyn die deelen in de kleinſte geheele getallen? (*q*)

CLIX. VOORSTEL.

Nog begeert men een getal in zeven deelen A, B, C, D, E, F, G zoodanig te verdeelen, dat A en B tot elkander in reden zyn, als 1 tot 2, C tot D, als 3 tot 5, en E tot F, als 6 tot 7, en dat de ſom van de quadraten der deelen de mogelyk kleinſte zy. Welke zyn die deelen in de mogelyk kleinſte geheele getallen? (*r*)

CLX. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door H. VERSCHOOR Jz.

In het jaar 1806 was een Schip in zee, doch onbekend op welke breedte, men wist ook niet (door berooving van alle papieren en aanteekeningen, door een vyandlyk vaartuig) welke dag het was, alleen was bekend dat de zon afnemende zuider declinatie had. — Op zekeren dag werd de zuider zons hoogte met een behoorlyk octant geobſerveerd, den daar op volgenden avond de ſter *Capella* of *de Geit*, welke in 't Noorden driemaal zoo hoog bevonden werd

(*q*) A. B. STRABBE, *Fluxie-Rekening*, pag. 182, N°. 24.

(*r*) *Idem*, pag. 182. N°. 25.

werd als de zon des middags, en vervolgens den grooten Hond, die men juist zoo veel boven den horiſon in het zuiden vond, als het verſchil in graden tusſchen de Zon en de Ster *Capella*; hier door vond men de breedte, zons-declinatie en datum. Men vraagt hoe dit op de beste wyze konde geſchieden.

CLXI. VOORSTEL.

Na het jaar 1800 was op zekere breedte en 20 graden lengte een Schip in zee, het jaartal, de maand en dag was onbekend, alleen wist men dat voor twee jaren de zonne-cirkel 20 en het gulde getal 18 was geweest, en dat de zon afnemende noorder-declinatie had, om het verlorene te regt te brengen, obſerveert men de Zon op zekeren dag 24° 10′ in 't Zuiden boven den horiſon, van daar zeilt men tusſchen 't Zuiden en Westen met een' doorgaanden wind 18 etmaal lang, ieder etmaal 17 mylen, hier na obſerveert men in het Noorden het noorder achterwiel van den grooten Wagen en de zuidelykſte in de Walvischſtaart in het Zuiden, en vindt tusſchen die twee hoogten een verſchil van 86 deelen, en de Zon kwam toen juist 143¼ van die deelen boven de Zuiderkim, ook was het verſchil in hoogte van de Zon en zuidelykſte in de Walvischſtaart 104¼ deelen, na deze peiling zeilt men zoo lang tot men bevindt dat met deze koers de breedte 6½½ graad is verminderd, en de lengte 4° graden is toegenomen. Nu wordt gevraagd: 1°. in welk jaar, wat maand en dag dat de eerſte Zonepeiling is geſchied? 2°. De afgevarene breedte? 3°. De koers, mitsgaders de bekomene breedte en lengte alwaar de Zon en Sterren zyn waargenomen? 4°. De koers en verheid, als ook de bekomene breedte en lengte na de tweede zeilagie?

CLXII. VOORSTEL.

Iemand is geſtorven in een zeker jaar na Christus geboorte; zyn ouderdom, toen hy ſtierf, tot de helft der jaren na de geboorte van Christus geaddeerd, komt 964, en $\frac{1}{4}$ van zyn ouderdom, met het jaargetal gemultipliceerd, komt 27962; men vraagt in welk jaar die perſoon geſtorven is, en hoe oud hy was?

CLXIII. VOORSTEL.

Onlangs vraagde ik aan iemand, die zich in de Stelkunde oefende, naar zynen ouderdom; hy antwoorde my: Ik ben ouder dan myn broeder, en indien men het verſchil der quadraten onzer jaren multipliceert met de ſom onzer beider jaren, bekomt men 2048, — en wanneer men het verſchil onzer jaren met de ſom van de quadraten der jaren vermenigvuldigt, krygt men 1028; reken nu onzer beider ouderdom?

CLXIV. VOORSTEL.

Twee vrienden over hun lieder beider ouderdom ſprekende, bevonden zy dat hunne beider verjaardagen in de maand Augustus invielen, — en dat de ſom der jaargetallen, in welke zy na het jaar 1700 geboren zyn, bedroeg 126, en de ſom der quadraten van die jaren 7940; — dat voorts de verjaardag des jongſten, juist 14 dagen vroeger komt dan die des oudſten, en dat het vermenigvuldigde der cuben van de dagen in de maand op welke zy verjaren

ren 20796875 zy; nu vraagt men, in welke jaren en op welke datums zy beide geboren zyn?

CLXV. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN.

Van eenen driehoek zyn de drie zyden gegeven 13, 14, 15, waarvan de inhoud dus 84 is. Nu begeert men eenen anderen driehoek in rationale getallen te vinden, wiens inhoud ook 84 is. (*s*)

CLXVI. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. F. KLIEFOOT.

Men vraagt eene Harmoniſche evenredigheid van drie termen, wier ſom doet 69, en wanneer men het verſchil der twee eerſte met het verſchil der twee laatſte termen vermenigvuldigt 90 geeft? (*t*)

CLXVII. VOORSTEL.

Eene Harmoniſche evenredigheid van drie termen heeft deze eigenſchap, wanneer men dezelve met elkander vermenigvuldigt, is 't product 80, maar

200

(*s*) P. HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 465.
(*t*) *Idem*, N°. 162.

ſoo men hare quadraten addeert, komt 76. Welke is denelve? (*u*)

CLXVIII. VOORSTEL.

Drie getallen eener Harmoniſche evenredigheid, wier ſom doet $32\frac{1}{2}$. De ſom harer quadraten doet even veel als derzelver product, wanneer alle de drie getallen met elkander worden vermenigvuldigd. Welke getallen zyn het? (*v*)

CLXIX. VOORSTEL.

Van eenen regthoekigen driehoek ABC is de ſom der zyden 60, en driemaal de $\sqrt{}$ uit de *Hypothenuza* is gelyk de kortſte regthoekszyde AB. Vrage naar de drie zyden?

CLXX. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door M. B. VAN DER VELDE.

Zoek twee getallen, welkers ſom 10 en welkers product ook 10 is.

CLXXI. VOORSTEL.

Wat is het kleinſt mogelyk getal Guldens, het welk

(*u*) P. HALKEN, *Zinnen-Genoet*, N°. 163.
(*v*) *Idem*, N°. 164.

welk men verwiſſelen kan in zeed'halven, vyfentwintigen en dukatons, op dat men zoo veel ſtukken als Guldens hebbe.

CLXXII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door KLAAS SMIT.

Een regthoekigen Triangel te vinden, wanneer men deszelfs inhoud van ieder been ſubſtraheert, dat de twee resten rationale quadraten zyn. (*w*)

CLXXIII. VOORSTEL.

Vind zoodanig eenen regthoekigen Triangel, wanneer men tot deszelfs inhoud ieder been addeert, dat 'er twee rationale quadraten komen. (*x*)

CLXXIV. VOORSTEL.

Van eenen driehoek, welke een' hoek van 45° heeft, is de inhoud 42 en de diameter des omgeſchrevenen cirkels 14; de vraag is naar de drie zyden des driehoeks? (*y*)

CLXXV. VOORSTEL.

In eenen cirkel, wiens diameter 4 is, is een geſchik-

(*w*) P. HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 337. pag. 383.
(*x*) *Idem*, N°. 339. pag. 384.
(*y*) *Idem*, N°. 474. pag. 458.

ſchikte vyfhoek beſchreven, en in den vyfhoek een geſchikt quadraat, welks eene zyde met eene zyde des vyfhoeks evenwydig loopt; vrage naar een zyde van dit quadraat? (z)

CLXXVI. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door F. G. A. DE LELIE.

Men vraagt eene geometriſche progres van welke eene arithmetiſche progres, die dezelfde eerſte term en reden van opklimming heeft, afgetrokken zynde, de resten eene nieuwe reeks vormen, wiens tweede verſchillen wederom dezelfde geometriſche progres worden.

CLXXVII. VOORSTEL.

Daar is een getal van twee cyferletters, wanneer men hetzelve omkeert en als dan 'er het getal by-telt en aftrekt, verkrygt men twee quadraten; de wortel van het eerſte quadraat is gelyk aan de ſom der cyferletters van het getal, en de wortel van het tweede quadraat van die des eerſten quadraats afgetrokken zynde, is de reſt $\frac{1}{7}$ van het begeerde getal.

CLXXVIII. VOORSTEL.

Een gelykzydige driehoek te maken, die gelyk is aan een gegeven vierkant.

CLXXIX.

(z) P. HALKEN, *Zinnen-Confect*, N°. 494. pag. 464.

CLXXIX. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door W. J. JUNIUS VAN HEMERT.

Wanneer wordt *Tang* A. *Tang* B.
+ *Tang* A. *Tang* C.
+ *Tang* B. *Tang* C = 1.

CLXXX. VOORSTEL.

Is 'er of kan 'er eene kromme (waar van de coördinaten loodregt op elkander ſtaan) gevonden worden, wier lengte gelyk is aan haar tangens?

CLXXXI. VOORSTEL.

Door O. S. BANGMA.

De vergelyking te vinden van de kromme, welks normaal, met betrekking tot de regtſtandige coördinaten, gelyk is aan de abscis.

CLXXXII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door P. OLM *en* J. WESTENDORP.

Iemand naar zynen ouderdom gevraagd wordende, antwoordde wanneer gy tot denzelven 17 vergaart,

gaart, en ook van denzelven 17 aftrekt, dan is het quadraat der som met 3 maal het vierkant van de rest 2548, reken nu hoe oud ik ben?

CLXXXIII. VOORSTEL.

Het volk van drie Schepen A, B en C hebben te zamen te deelen 648 Guldens. Op het Schip A zyn 15 Mannen minder dan op B; en op B en C te zamen 243 Mannen. Zoo nu het volk van het Schip C voor deszelfs aandeel 258 Guldens ontvangt, is de vraag: hoe veel koppen dan op elk Schip zyn?

CLXXXIV. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door H. C. SCHUSLER.

Twee Reizigers A en B begeven zich op weg; A met 100 en B met 48 Guldens. Zy ontmoeten eene bende Struikroovers, welke A eens zoo veel van zyn geld berooven dan B; en A driemaal zoo veel als B laten behouden. Men vraagt, hoe veel zy elk van die Reizigers beroofd hebben? (*a*)

CLXXXV. VOORSTEL.

Een Vader zegt tegen zyn' Zoon, het is 6 Jaren geleden, toen ik driemaal zoo oud was als gy, en wanneer wy beide nog 6 Jaren mogen leven, zult gy

(*a*) Zie A. B. STRABEL, *Inleiding tot de Mathem. Wetenschappen*, pag. 225. N°. 16.

gy juist de helft van mynen ouderdom bereiken. Hoe oud is ieder in 't byzonder? (*b*)

CLXXXVI. VOORSTEL.

In eene Lotery, uit 100,000 loten beſtaande, is de helft van 't getal der Pryzen, vergaard b $\frac{1}{3}$ van 't getal der Nieten, gelyk aan 35000. Hoe veel Pryzen zyn 'er in de Lotery? (*c*)

CLXXXVII. VOORSTEL.

Een Heer geeft uit liefdadigheid 70 Guldens tot een' aalmoes; een gedeelte, in gelyke portien, aan 6 arme Mannen; en het overige, in gelyke portien, aan 7 arme Vrouwen. Zoo nu één Man en één Vrouw te zamen 11 Guldens ontvangen, vraagt men hoe veel den Mannen en de Vrouwen ieder byzonder gegeven is? (*d*)

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de vyf volgende Voorſtellen door P. A. DUREGE.

Welke zyn de waarden van x, y en z in heele en ſtellige getallen in de vergelyking $5x + 6y + 7z = 80$. (*e*)

CLXXXIX.

(*b*) Zie A. B. STRABBE, *Inl. tot de Math. Wetenſch.* N°. 17.
(*c*) *Idem*, N°. 18.
(*d*) *Idem*, N°. 19.
(*e*) *Idem*, pag. 250. N°. 15.

CLXXXIX. VOORSTEL.

Stellende $6x + 7y + 8z = 100$, begeert men alle de mogelyke waarden van x, y en z in heele getallen te vinden. (*f*)

CXC. VOORSTEL.

Stellende $5x + 21y + 27z = 20000$, begeert men het getal antwoorden in heele en ſtellige getallen te vinden. (*g*)

CXCI. VOORSTEL.

Drie quadraat getallen te vinden, zoodanig dat gedurig de ſom van twee derzelven, naar welgevallen genomen, een rationaal quadraat zy. (*h*)

CXCII. VOORSTEL.

Men vraagt drie driehoekige getallen, wier ſom ook een driehoekig getal is. (*i*)

CXCIII. VOORSTEL.

Twee driehoekige getallen te vinden, van welke de

(*f*) *Idem*, N°. 16.
(*g*) *Idem*, N°. 17.
(*h*) *Idem*, pag. 251, N°. 22.
(*i*) *Idem*, N°. 27.

de ſom en het verſchil ieder een driehoekig getal is. (*k*)

CXCIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door C. MEYLINK.

Eenige Mannen en Vrouwen hebben in eene Herberg 28 Guldens verteerd, waar van elk der Mannen zoo veel Guldens betaalt als 'er Mannen in het gezelſchap zyn, en de Vrouwen betalen elk één Gulden. Indien nu het getal der Mannen met dat der Vrouwen verwiſſeld wierd, dat is te zeggen, indien 'er zoo veel Mannen geweest waren als 'er nu Vrouwen zyn, en zoo veel Vrouwen als 'er nu Mannen zyn, zou de vertering, op denzelfden voet gerekend zynde, ſlechts 14 Guldens beloopen. Hoe veel Mannen en Vrouwen zyn 'er geweest. (*l*)

CXCV. VOORSTEL.

Een Heer neemt een' Knecht aan, en belooft denzelven in 't jaar te zullen geven een quadraatgetal Guldens en een nieuw kleed, dat hem driemaal zoo veel Guldens kost als de wortel uit gemelde quadraat. Na dat de Knecht 7 weken langer gedient heeft als viermaal de gemelde quadraatwortel, ſcheidt hy van zynen Heer, welke hem voor zyn verdiend ſalaris, behalven het kleed, nog 42 Guldens betaalt; men vraagt voor hoe veel het loon

(*k*) *Idem*, N°. 28.
(*l*) *Idem*, pag. 253. N°. 5.

loon in het jaar was bedongen, en hoe lang de Knecht gediend had toen hy afscheid nam. (*m*)

CXCVI. VOORSTEL.

De som 80 (*a*) en het gedurig vermenigvuldigde 11664 (*b*) van vier getallen in eene geometrische progressie gegeven zynde, de getallen te vinden. (*n*)

CXCVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorstellen door H. G. WITLAGE JR.

Men vraagt twee getallen, zoodanig, dat wanneer men de Pronik-wortel uit het grootste getal min 1 vermenigvuldigt met het kleinste, zoo is het product gelyk zesmalen het grootste getal min 3 gedeeld door het kleinste; ook is het *Pentagonaal* van het grootste plus 3, gelyk tienmalen het quadraat van het kleinste getal?

CXCVIII. VOORSTEL.

A en B hebben ieder een geheel getal Guldens, zoodanig, als men die elk byzonder quadrateert, en die twee quadraten te zamen telt, komt een rationaal quadraat, en als men van de Guldens die B heeft, de Guldens van A aftrekt, komt mede een rationaal quadraat. Vrage hoe veel guldens ieder op het minst gehad heeft?

CXCIX.

(*m*) *Idem*, pag. 256. N°. 24.
(*n*) *Idem*, N°. 28.

CXCIX. VOORSTEL.

In eenen regthoekigen Driehoek ABC doen de zyden derzelve ieder byzonder zoo veel, dat wanneer men 't vierkant op AB vermenigvuldigt met AC, komt 8820, en 't middel-proportionaal tuſſchen AB en AC vermenigvuldigt met AC, komt $\sqrt{}$ 16800. Vrage naar den inhoud des Driehoeks? (*o*)

CC. VOORSTEL.

Van eenen regthoekigen Driehoek ABC is bekend, zoo men AB met AC vermenigvuldigt, en van 't product AB aftrekt, er rest 320: en zoo men 't quadraat op AB vermenigvuldigt met AC en van 't product, trekt de cubicq op AC, zoo rest 'er 13671. Vrage naar den inhoud des Driehoeks? (*p*)

CCI. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door A. L. HECTOR.

Indien 'er van twee millioenen Menſchen in de *Bataafſche Republiek* jaarlyks 50000 ſterven, en het getal der geborene tot die der ſtervenden is gelyk 28 tot 25; in hoe veel jaren zal dan het aantal der Inwoners in de Republiek verdubbeld zyn? (*q*)

CCII.

(*o*) K. H. GIETERMAKER, *Schatkamer*, 4e Boek, N°. 22.
(*p*) *Idem*, N°. 23.
(*q*) OLING, *Rekenb.* 4 D. pag. 60.

CCII. VOORSTEL.

Terwyl de middelbare afſtand der Maan van de Aarde naar LALANDE op 53316 Geographiſche mylen bepaald wordt, en de maſſa van de Maan $\frac{135}{10000}$ is, die van de Aarde de eenheid zynde: daar verder de aantrekkingskrachten in de regte reden der maſſen en in omgekeerde reden van de vierkanten der afſtanden zyn: waar zal dan een ligchaam tuſſchen de Maan en de Aarde geplaatst moeten zyn, om door geene van beide aangetrokken te worden. (*r*)

CCIII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door S. VAN DER PAUW.

Vier perſonen huren een' wagen van *Amſterdam* op *Haarlem*, liggende 4500 Roeden van elkander, voor 8 Dukaten, onder deze conditie, dat, zoo 'er eenige onder weg opkomen, hetzelve tot haar voordeel zal zyn; als zy nu 3000 Roeden gereden hadden, komen 'er nog twee andere op den wagen, welke beloven naar evenredigheid van de bedongene huur te zullen betalen; vrage hoe veel moet elk der eerſte en laatſte voldoen? (*s*)

CCIV.

(*r*) *Idem*, pag. 67.

(*s*) E. FLORYN, *Arithm.* Voorſt. 17.

CCIV. VOORSTEL.

Een Factoor ontvangt van zynen Patroon V den 1 January *f* 2250:—; waarby hy zal geven *f* 300:— om dan $\frac{1}{3}$ van de winst te hebben. De Factoor geeft den 1 February daarenboven nog *f* 400:— en den 1 April nog *f* 662:—, maar den 1 Juny neemt V *f* 450:— daar uit, alzoo zy den 1 September afrekenen, wordt gevraagd welk deel elk van de winst toekomt? (*s*)

CCV. VOORSTEL.

Een Koopman N geeft aan zynen Factoor den 1 January *f* 700:—, om daar mede te handelen met zoodanige afspraak, dat hy daar by leggende *f* 100:— hebben zal $\frac{1}{18}$ van de winst; vrage, zoo N den 1 Juny daar by geeft *f* 250:—, wat elk van *f* 681:— winst ten einde van een jaar toekomt? (*u*)

CCVI. VOORSTEL.

Een Koopman heeft eene party Lakens, die hem kosten *f* 7:41:— de el contant, verkoopt dezelve voor *f* 8:21:— de el, om te betalen de helft over 6 maanden, $\frac{1}{3}$ over 12 maanden; vrage wanneer de rest betaald moet worden om 16 pCt. 's jaars met het contante geld te winnen? (*v*)

CCVII.

(*s*) *Idem*, Voorst. 49.
(*u*) *Idem*, Voorst. 43.
(*v*) *Idem*, Voorst. 79.

CCVII. VOORSTEL.

Dit en de vijf volgende Voorſtellen door J. WESTENDORP *en* P. OLM.

Een Schaap is aan een touw gebonden en kan vry in eenen cirkel rond eten; dit gras afgegeten zynde, wordt het touw zoo lang gemaakt dat het Schaap buiten die cirkelvakte wederom zoo veel bekomt als op het eerſte veld: indien dit laatſte touw nu 24 voeten lang is, hoe lang was het dan de eerſtemaal? (*w*)

CCVIII. VOORSTEL.

Twee huislieden ruilen met twee ſtukken lands; A zyn ſtuk is cirkelrond, en dat van B een quadraat, en van gelyken omtrek, houdende elk buitenom gemeten 96 roeden: vrage of 'er ook iemand te kort kwam, en hoe veel? (*x*)

CCIX. VOORSTEL.

Een Bakker bevindt den mond van zynen Oven gelyk eenen halven cirkel; de radius der opening 14 duimen, en de geheele radius, waar onder den rand mede begrepen is, 19 duimen; insgelyks bevindt hy de breedte der onderlaag, die onder den genoemden halven cirkel ligt, van gelyke breedte als

(*w*) M. J. ZUIDHOF, *Maetk. Rekenk.* pag. 28; N°. 17.

(*x*) *Idem*, pag. 29. N°. 18.

als de bovenrand. Nu laat hy den rand en de onderlaag met platen bekleeden, en betaalt voor een □ duim 12 penn.: vrage hoe veel dit hem dan zal kosten? (y)

CCX. VOORSTEL.

Twee getallen te vinden, welker vermenigvuldigde zy 48, en de ſom van hunne quadraten 100. (z)

CCXI. VOORSTEL.

Twee getallen te vinden, waar van het verſchil 18 is, en de ſom der vierkanten 1130. (a)

CCXII. VOORSTEL.

Vier perſonen, A, B, C, en D, hebben te zamen 1000 Guld. te deelen; het geld van A, B, en C, met dat van D gemultipliceerd, geeft 240000; dat van B, C, en D, met A zyn deel vermenigvuldigd, bekomt men 90000; het deel van B met de ſom van A, C, en D multipliceerende, krygt men 160000; en eindelyk A, B, en D hun is 210000 gedeeld door het geld van C; vrage hoe veel ieder van de voornoemde ſom toekomt?

CCXIII.

(y) *Idem*, pag. 30. N°. 24.

(z) A. B. Straaten, *Inl. tot de Mathem. Weetenſch.* pag. 239. N°. 4.

(a) *Idem*, pag. 238. N°. 6.

CCXIII. VOORSTEL.

Door O. S. BANGMA.

De vergelyking te vinden van de kromme, welke normaal met betrekking tot de regtſtandige coördinaten gelyk is aan de kromteſtraal.

CCXIV. VOORSTEL.

Dit en de vier volgende Voorſtellen door J. VAN WYK Rz.

Twee Schepen A en B liggen beiden op 57 graden, 16 minuten N. breedte, A op 4 graden lengte en B op 337 graden, 40.3 minuten lengte: A zeilt van zyne plaats een regte koers tot op 70 graden N. breedte, en dat zoodanig, dat zyn gezeilde verheid ſtaat tot de verheid die dezelve nu van B ligt als 2 tot 3: vrage op wat lengte A gekomen is, en wat koers en hoe veel mylen hy gezeild heeft, ook wat koers, en hoe veel mylen zy nog van elkanderen zyn, naar de ronde kaart? (*b*)

CCXV. VOORSTEL.

Een Stuurman zeilt uit A tuſſchen 't O. en N. tot in B, van daar zeilt hy wederom tuſſchen 't Z. in 't O. tot op de breedte daar hy eerst afgevaren was in C, en heeft in alles gezeild 35 mylen, en is op beide koerſen te zamen van 't middagrond geweken 25 mylen, ook heeft hy op de laat-

(*b*) G. M. OOSTWOUD, *Schole der Stuurlieden*, pag. 249. N°. 44.

laatste koers 3 mylen meer gezeild dan hy in breedte veranderd was: vrage naar de gezeilde koers en verheid? (*c*)

CCXVI. VOORSTEL.

Vyf Schepen, B, C, D, E en F, liggen aan de Wal regt Z. en N. van elkanderen, C ligt benoorden B $32\frac{153665}{167541}$ mylen, D ligt benoorden C 10 twee derde myl, E benoorden D 32 mylen, en F benoorden E 18 mylen; van daar gaan ze onder zeil, B zeilt regt Oost, en de andere tusschen 't Z. en 't O. tot dat ze by elkander in eene Baai A komen: alwaar zy bevonden dat de hoek die E en F maakten, even groot is, als die 't Schip C en D maken: vrage hoe ver de Baai A van de Wal is gelegen, dat is de verheid AB? (*d*)

CCXVII. VOORSTEL.

Men vraagt een getal A dat in twee deelen gedeeld is, die tot elkander in reden staan als 1 tot 3. Wanneer men het kleinste deel *Zens de Zens* multipliceert en het grootste *Cubeert*, zoo is de som van beide producten de kleinste die onder andere verdeelingen mogelyk kan zyn. (*e*)

CCXVIII. VOORSTEL.

Men begeert het getal $75\frac{1}{9}$ in twee deelen te verdeelen, zoodanig; wanneer men het kleinste deel *Zens*

(*c*) *Idem*, pag. 250, N°. 47.

(*d*) *Idem*, pag. 251. N°. 50.

(*e*) P. HALCKEN, *Zinnen-Confect*, pag. 428. N°. 385.

Zens de Zens en het grootſte deel *Cubicq* multiplicéert, die twee producten te zamen addeert, dat die ſom onder alle de mogelyk kleinſte is. (*f*)

CCXIX. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door A. L. HECTOR.

Als men het getal 2 met zich zelven vermenigvuldigt, en dit eerſte product wederom met zich zelven, het tweede desgelyks, en zoo verwolgens gedurig het laatſte gevonden getal met zich zelven, zoo is de vraag uit hoe vele cyffers het 8ste, 10de en 32ste product beſtaan zullen? (*g*)

CCXX. VOORSTEL.

Vier rationale quadraten te vinden, wier ſom en product gelyk aan e kander zyn. (*h*)

CCXXI. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door J. R. SCHMIDT.

Men begeert *n*, *m*-hoekige getallen te vinden, wier ſom een *m*-hoekig getal is.

CCXXII. VOORSTEL.

Men vraagt *n*, *m*-hoekige getallen te vinden, en

(*f*) *Idem*, pag. 429. N°. 386.
(*g*) P. VERBMA, *Toegift*, N°. 2.
(*h*) *Idem*, N°. 4.

en zoodanig, dat de sommen van het 1ste en 2de, het 1ste, 2de en 3de, het 1ste, 2de, 3de en 4de, enz. tot de som van alle getallen, ieder een *n*-hoekig getal voortbrengen.

CCXXIII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorstel door W. J. VAN WYK.

Hoe veel zal de prys zyn eens Diamants, zwaar $50\frac{1}{2}$ karaat, stellende de prys eens Diamants van één karaat te zyn $4\frac{1}{2}$ Guldens.

CCXXIV. VOORSTEL.

Iemand verkoopt een huis by de ramen, welke, zoo groot als klein, in hetzelve worden gevonden, voor het eerste raam ontvangt hy *één* duit, voor het tweede *drie* duiten, voor het derde *negen* duiten, enz. voor het volgend raam driemaal zoo veel als voor het voorgaande; hoe duur wordt dit huis verkocht, als er 20 ramen in worden gevonden?

CCXXV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorstellen door H. G. WITLAGE JR.

By een' Hefboom van de eerste soort, langs 6 voeten, bevindt men, dat de afstand van het magtpunt tot het steunpunt, 2 voeten grooter is dan die van het steunpunt tot het lastpunt. Men vraagt naar de armen dezes Hefbooms. (*i*)

CCXXVI.

(*i*) EULERS *Algebra*, 2de druk, 2de D. pag. 216. N°. 1.

CCXXVI. VOORSTEL.

In een werktuig maken de wegen, welke door last en magt in denzelfden tyd doorloopen zyn, te zamen genomen, eene lengte van 75 voeten uit. Indien nu de magt 30 voeten meer doorloopen heeft dan de last, zoo vraagt men naar de wegen van ieder in het byzonder? (*k*)

CCXXVII. VOORSTEL.

Aan een' Hefboom van de tweede ſoort, welke zich in een werktuig bevindt, werken twee magten, op onderſcheidene afſtanden van het ſteunpunt, hebbende de eene derzelven 3, en de andere 5 voeten meer afſtands van het ſteunpunt, dan de last. Indien nu de ſom der afſtanden, welke de last en de beide magten van het ſteunpunt hebben, 17 voeten is, zoo vraagt men naar den afſtand van elk in het byzonder? (*l*)

CCXXVIII. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door J. F. KLIEFOOT.

Aan een' Hefboom van de derde ſoort, worden twee laſten door eene magt bewogen, zynde het verſchil van de afſtanden dezer laſten van het ſteunpunt 5 voeten, en de last, welke het digtst aan het ſteunpunt geplaatst is, daar van 7 voeten meer verwyderd dan de magt; zoo nu de ſom dezer afſtanden 25 voeten is, vraagt men naar elk derzelve? (*m*)

CCXXIX.

(*k*) *Idem*, N°. 2.
(*l*) *Idem*, N°. 3.
(*m*) *Idem*, N°. 4.

CCXXIX. VOORSTEL.

Een last van 5000 ℔, wordt, met een werktuig, door 4 onderſcheidene magten bewogen, wier rigting zoodanig is, dat de magt A driemaal zoo veel kragts als de magt B; de magt B viermaal zoo veel kragts als de magt C; en de magt C vyfmaal zoo veel kragts als de magt D zoude kunnen uitoefenen: doch daar men bevindt, dat door de wryving, in dit geval A 12 ℔, B 9 ℔, en C 6 ℔ van zyn vermogen verliest, en de wryving van D zoo gering is, dat zy voor niets mag gehouden worden, zoo vraagt men: Hoe veel het dadelyk vermogen van elk dezer magten zyn moet, om met den genoemden last evenwigt te maken. (*n*)

CCXXX. VOORSTEL.

Een kinderloos Weduwnaar, laat na, een kapitaal van 100,000 Gl., over welke ſom hy by testament op de volgende wyze beſchikt heeft: Een geleerd genootſchap zal 20 maal zoo veel hebben, als zyne oudſte dienſtmaagd, min 1000 Gl.; zyne oudſte dienſtmaagd 15 malen zoo veel als zyn knecht, min 600 Gl., en zyn knecht 10 maal zoo veel als zyne jongſte dienſtmaagd, min 300 Gl. Hoe veel zal nu elks aandeel wezen. (*o*)

CCXXXI. VOORSTEL.

Door H. VERSCHOOR Jz.

Twee Boeren A en B brengen te zamen 100 eijeren

(*n*) *Idem*, N°. 5.
(*o*) *Idem*, N°. 6.

ren ter markt en ontvangen evenveel geld voor dezelve; doch A, die de grootſte en beste eijeren heeft, zegt tot B, had ik zoo veel eijeren gehadt als gy, zou ik 24 ſtuivers voor dezelve ontvangen hebben; B het woord nemende, zegt, zoo ik er niet meer dan gy verkocht had, zou ik ſlechts $10\frac{2}{3}$ ſtuivers ontvangen hebben: de vraag is, hoe veel eijeren ieder Boer ter markt heeft gebragt. (*p*)

CCXXXII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door J. F. KEYSER.

Den 22 October 1807 nam ik de afſtanden van den in September ontdekten Comeet van eenige vaste Sterren, en vond deszelfs afſtand van *Lira* 33°. 19′ 0″., en van de heldere Ster in den *Arend* 50°. 4′. 55″. Vrage naar de regte opklimming en declinatie van de Comeet op den tyd dezer waarneming.

CCXXXIII. VOORSTEL.

Den 9 November liet ik de Comeet en de Sterren 103. O en 104. 2 A in *Herculus* door eenen onverrukten kyker paſseren: de Comeet trad in het veld des kykers ten 6ᵘ. 49′. 23″. uit hetzelve ten 6ᵘ. 53′. 51″.; de Ster 103. O ten 6ᵘ. 57′ 28″. in, ten 7ᵘ. 7′. 31″. uit; de Ster 104. 2 A ten 7ᵘ. 0′ 45″. in, en ten 7ᵘ. 11′. $30\frac{1}{2}$″ uit den kyker; indien nu de Comeet en de Ster 104. 2 A aan de eene, en de Ster 103 O aan de andere zyde van het middelpunt des velds doorgingen, en het horologie naar den middelbaren tyd

(*p*) Zie A. B. STRABBE, *Inl. tot de Math. Weten∫ch.* 2 D. p. 240. N°. 24.

tyd geregeld was, hoe vindt men dan hier uit de regte opklimming en declinatie van de Comeet. NB. De regte opklimming van 103 O is 270°. 0'. 42'' derzelver N. Decl. 28°. 44'. 45''. De regte opklimming van 104. 2 A, 271°. 10'. 34''. derzelver N. Declinatie 31°. 22'. 31''.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door T. J. KERKHOVEN.

Een Stuurman zeilt van Ternambuck 's middags ten 12 uren; op dien tyd was *Sirius* in het zuiden. Van daar na eenigen tyd, te Amſterdam komende, zoo zoude *Sirius* 's morgens ten acht uren in het zuiden wezen; vrage naar de afgevarene en bekomene datum, en hoe lang hy onderweg is geweest. (*q*)

CCXXXV. VOORSTEL.

Anno 1727 in Maart, de Zon gepeild W. Z. W. en de Maan O. Z. O. Vrage naar den dag der maand. (*r*)

CCXXXVI. VOORSTEL.

Tusſchen het jaar 1720 en 1730, de Zon gepeild

(*q*) G. M. OOSTWOUD, *School der Stuurlieden*. pag. 230. N°. 1.
(*r*) *Idem*, pag. 240. N°. 3.

peild zynde 11°. 7'. in *Capricornus* en de Maan 1° 55'. in *Virgo*, wordt de Zon in het zuiden geſchoten hoog boven den horizon 10°. 43'. Vrage op wat jaar en dag dit geſchied zy, mitsgaders op wat poolshoogte? (*t*)

CCXXXVII. VOORSTEL.

Dit en de drie volgende Voorſtellen door J. C. SCHRÖDER *en* W. J. JUNIUS VAN HEMERT.

Is in eenen regtlynigen driehoek, waar van wy de drie hoeken A, B, en C, noemen:

$$Cot.\ B \cdot Cot.\ C \left(\frac{Sin.\ A + Cof.\ A\ Cot.\ C}{Sin.\ A - Cof.\ A\ Cot.\ C} \right)$$

grooter, kleiner, of gelyk aan 1?

CCXXXVIII. VOORSTEL.

Van twee familles bezit de eene de ſom van a guld., de andere een vermogen, het welk grooter is, namelyk $a + b$; daarentegen bekomt de eerſte van haar geld c pCt., de tweede $c - d$ pCt. Zoo nu beide hun geld laten oploopen, en intresſen by intresſen voegen, zoo vraagt men, binnen hoe veel jaren de eene een vermogen zal bezitten, het welk een bepaald getal malen grooter is, dan dat der tweede.

CCXXXIX.

(*t*) *Idem*, N°. 240. pag. 6.

CCXXXIX. VOORSTEL.

Van eenen klootſchen driehoek ABC, de hoeken $A = 76°.\ 10'$, $B = 83°.\ 40'$, $C = 23°.\ 10'$. gegeven zynde en de regte lynen, AB, BC, AC, getrokken hebbende, vraagt men naar de hoeken, A, B, C, des platten driehoeks ABC.

CCXL. VOORSTEL.

Om uit de vergelyking der regte lyn, $y = a\,x$, (zynde y en x de coördinaten) afteleiden, dat in iederen platten driehoek de zyden tot elkander zyn als de Sinuſen der overſtaande hoeken.

CCXLI. VOORSTEL.

Dit en de twee volgende Voorſtellen door
J. VAN WYK Rz.

Van den grootſten vierhoek, die men uit vier gegevene zyden kan zamenſtellen, maken de twee tegen over elkander ſtaande hoeken, zamengenomen twee regte hoeken. (*t*)

CCXLII. VOORSTEL.

Een gegeven hoek GAB zoodanig in twee deelen

(*t*) F. W. D. SNELL, *Sammlung von 66 Uebungs aufgaben.*

len BAD en GAD te deelen, dat het product van $\overline{BC}^m$ en $\overline{GH}^n$ (BC en GH als Sinusen der gezochte hoeken aangenomen) een *Maximum* zy. (*u*)

CCXLIII. VOORSTEL.

In een werktuig bevindt men, dat van de drie magten, welke aan hetzelve werken, de eerste *a* malen, de tweede *b* malen, en de derde *c* malen den geheelen last zoude kunnen bewegen, indien zy hier in niet door de wryving of schuring des werktuigs belet wierden. Indien men nu by het verwerken van eenen last bevindt, dit beletsel voor de 1e magt *m*, voor de 2e magt *n*, en voor de 3e magt *p* ponden te zyn, zoo vraagt men naar de zwaarte van den last, welke *p* malen genomen, met deze magten evenwigt maakt. (*v*)

CCXLIV. VOORSTEL.

Door H. G. WITLAGE JR.

Eenige Kooplieden eenen gemeenen handel aanvangende, brengen elk 20 maal zoo veel guldens byëen, als er personen zyn; met deze som winnen zy in den handel 5 pCt. meer dan het aantal der verbonderen bedraagt, indien nu de geheele winst in dezen handel geweest is 6300 Gl., zoo vraagt men hoe veel het aantal der deelnemers geweest zy. (*w*)

CCXLV.

(*u*) *Idem*, N°. 36.
(*v*) EULER's *Algebra*, tweede uitgave, tweede Deel, pag. 218 N°. 9 en 10.
(*w*) *Idem*, pag. 237. N°. 68.

CCXLV. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door A. VAN DER SWAN.

In een Artſenaal zyn 286 twaalfponds kogels, welke men drieho kig begeert op te ſtapelen. Men vraagt hoe veel kogels men tot dat einde in iedere zyde der onderlaag zal moeten leggen. (*x*)

CCXLVI. VOORSTEL.

Iemand, nalatende 230590 Guldens, vermaakt, ter oprigting van een lietdadig geſticht, 50 malen zoo veel als aan elk zyner beide knechten; en aan elk van deze 6 malen zoo veel als aan elk zyner 3 dienſtmaagden. Vrage naar elke aandeel. (*y*)

CCXLVII. VOORSTEL.

Door J. F. KLIEFOOT.

In een werktuig werken 6 magten, waar van de eerſte 3 malen zoo veel vermogen uitoefent als elk van de twee daar aan volgende; en ieder van deze weder ieder 2 maal zoo veel als elk van de drie daar aan volgende. Indien nu de te bewegene laſt 80000 ℔ bedraagt, zoo vraagt men naar het vermogen, het welk elk dezer magten moet uitoefenen, om den gegevenen laſt op houden. (*z*)

CCXLVIII.

(*x* *Idem*, N°. 7c.
(*y*) *Idem*, N°. 7.
(*z*) *Idem*, N°. 8.

CCXLVIII. VOORSTEL.

Dit en het volgend Voorſtel door J. C. VAN SETTEN.

Aan een Windas is de ſom van last en magt 432 ℔, terwyl de ſom, van de magt gedeeld door 12, en den last gedeeld door 10, = 42 is. Vrage naar magt en last. (*a*)

CCXLIX. VOORSTEL.

Aan een Takelgeſtel, werkt de magt, welke met een last van 25 ℔ evenwigt maakt, zoodanig, dat de magt met 3 gemultipliceerd, zoo verre beneden den last is, als zy op zich zelf, onder de 12 ℔ is. Vrage naar de magt. (*b*)

CCL. VOORSTEL.

Door O. S. BANGMA.

De vergelyking te vinden van de kromme, welks Tangens met betrekking tot regtſtandige coördinaten gelyk zy aan eene gegevene regte lyn.

SLOT-QUESTIE.

Door J. VAN WYK RZ.

Men vraagt naar de ligchamelyke inhoud van het kegelſtuk, waar van in de hoofd-questie van dit deel de oppervlakte gevraagd is geworden.

(*a*) *Idem*, N°. 16.
(*b*) *Idem*, N°. 17.

ONTBINDINGEN DER VOORSTELLEN:

Welke in dit II. Deel der WISKUNSTIGE OEFENINGEN van het Genootſchap der Mathematiſche Weetenſchappen, onder de Spreuk: *Een onvermoeide arbeid komt alles te boven*, te vinden zyn.

HOOFD-QUESTIE. *Fig.* 1.

Door den OPGEVER.

Laaten AF en AG twee tegen elkander overſtaande zyden van den kegel zyn; BEC en DEG de beide in het voorſtel vermelde paraboolen, ſtaande loodregt op het vlak van den driehoek FAG, zoo als ook hunne gemeene mede CE. Laat FG door het punt E gaan; dan is $\overline{CE}^2 = FE \cdot EG$

maar $AF : FG = DE : EG$

en $\overline{AG} : FG = BE : FE$

$\overline{AF}^2 : \overline{FG}^2 = DE \cdot BE : \overline{CE}^2$ mult.

dus $CE^4 = \frac{\overline{FG}^2}{\overline{AF}^2} \cdot DE \cdot BE$

maar $AF : \frac{1}{2} FG = Rad. : Sin. \frac{1}{2} A$

$$\text{dus } \frac{FG}{AF} = 2 . Sin. \tfrac{1}{2} A$$

$$\text{en } \overline{CE}^2 = 4 . DE . BE . Sin. \tfrac{1}{2} A^2 .$$

Hier uit volgt dat, als men uit eenig punt Y van de oppervlakte des kegels, YI loodregt op den drieboek FAG nederlaat, en uit I paralellen trekt aan AF en AG, dezelven ontmoetende in X en Z, men op gelyke wyze hebben zal

$$\overline{YI}^2 = 4 . ZI . XI . Sin. \tfrac{1}{2} A^2 .$$

Men ſtelle $\angle A = 2a$, $ZI = AX = x$, $XI = AZ = z$, $YI = y$, dan heeft men voor elk punt Y van de oppervlakte des kegels

$$y^2 = 4 xz . Sin. a^2 .$$

Stel nu dat een parabool door XI en YI gaande, de parabool DEC ſnydt in MK, en dat een parabool door ZI en YI gaande, de parabool BEC ſnydt in NH; deze vier paraboolen vormen op de oppervlakte van de kegel een vierhoek YMCNY, waar van wy den inhoud zullen berekenen, in onderſtelling dat de boogen YM, YN, &c. oneindig klein zyn. In deeze onderſtelling heeft men

$$YN = \sqrt{(NH - YI)^2 + \overline{IH}^2}$$

$$YM = \sqrt{(MK - YI)^2 + \overline{IK}^2}$$

en $YMCNY = YN . YM . Sin. \angle Y .$

Stel $NH - YI = n$, $MK - YI = m$, $IH = h$, $IK = k$, dan is

$$YN = \sqrt{n^2 + h^2} \text{ en } YM = \sqrt{m^2 + k^2} ;$$

$$\overline{NM}^2 = \overline{YN}^2 + \overline{YM}^2 - 2\, YN . YM . Cos. Y$$

$$\overline{HK}^2 = \overline{IH}^2 + \overline{IK}^2 - 2\, IH . IK . Cos. I$$

afg.

$$\overline{NM}^2 - \overline{HK}^2 = \overline{YN}^2 - \overline{IH}^2 + \overline{YM}^2 - \overline{IK}^2 + 2\, IH . IK . Cos. I - 2\, YN . YM . Cos. Y .$$

maar

maar $\overline{NM}^2 - \overline{HK}^2 = (NH - MK)^2 = (n-m)^2$, en
$\angle I = \angle A = 2a$,

dus $(n-m)^2 = n^2 + m^2 + 2hk \cdot Cos.\, 2a$
$- 2\,YN \cdot YM \cdot Cos.\, Y$

of $-2mn = 2hk\,Cos.\,2a - 2\,YN \cdot YM \cdot Cos.\, Y.$

dus $YN \cdot YM \cdot Cos.\, Y = mn + hk\,Cos.\,2a.$

$\overline{YN}^2 \cdot \overline{YM}^2 \cdot Cos.\, Y^2 = m^2 n^2 + 2mnhk \cdot Cos.\,2a$
$+ h^2 k^2 \cdot Cos.\, 2a^2$

maar $\overline{YN}^2 \cdot \overline{YM}^2 \cdot Sin.\, Y^2 = (YMCNY)^2$ add.

dus $\overline{YN}^2 \cdot \overline{YM}^2 = (YMCNY)^2 + m^2 n^2$
$+ 2mnhk\,Cos.\,2a + h^2 k^2 \cdot Cos.\, 2a^2.$

maar $\overline{YN}^2 \cdot \overline{YM}^2 = m^2 n^2 + m^2 h^2 + n^2 k^2 + h^2 k^2$

dus $0 = (YMCNY)^2 + 2mnhk \cdot Cos.\,2a$
$- m^2 h^2 - n^2 k^2 - h^2 k^2 \cdot Sin.\, 2a^2.$

$(YMCNY)^2 = m^2 h^2 + n^2 k^2 + h^2 k^2 \cdot Sin.\, 2a^2$
$- 2mn \cdot hk \cdot Cos.\, 2a.$

$$YMCNY = hk \times \sqrt{\left(\frac{m^2}{k^2} + \frac{n^2}{h^2} + Sin.\,2a^2 - 2\,\frac{m}{k} \cdot \frac{n}{h} \cdot Cos.\,2a\right)}$$

Nu is uit hoofde van de vergelyking

$y^2 = 4xz \cdot Sin.\, a^2$

$\overline{MK}^2 = 4 \cdot DK \cdot XK \cdot Sin.\, a^2$

of $(y+m)^2 = 4 \cdot z(z+k) \cdot Sin.\, a^2$

en $y^2 + 2my + m^2 = (4xz + 4kx) \cdot Sin.\, a^2$

dus $2my + m^2 = 4kx \cdot Sin.\, a^2$

$$\text{en } \frac{m}{k} = \frac{4x}{2y+n} . Sin.\, a^2.$$

Op dezelfde wyze

$$\overline{NH}^2 = 4 . ZH . BH . Sin.\, a^2$$
$$\text{of } (y+n)^2 = 4 . (x+k) z . Sin.\, a^2$$
$$\text{en } y^2 + 2ny + n^2 = (4xz + 4kz) . Sin.\, a^2$$

dus $2ny + n^2 = 4kz . Sin.\, a^2$

$$\text{en } \frac{n}{k} = \frac{4z}{2y+n} . Sin.\, a^2.$$

In onderſtelling nu dat IH en IK oneindig klein zyn, is $k = dz$, $h = dx$,

$$\text{dus } \frac{m^2}{k} = \frac{2x}{y} . Sin.\, a^2, \quad \frac{n}{k} = \frac{2z}{y} . Sin.\, a^2,$$
$$\frac{m^2}{k^2} = \frac{4x^2}{y^2} . Sin.\, a^4 = \frac{x^2}{xz} . Sin.\, a^2.$$
$$\frac{n^2}{k^2} = \frac{4z^2}{y^2} . Sin.\, a^4 = \frac{z^2}{xz} . Sin.\, a^2.$$
$$\text{en } \frac{m}{k} , \frac{n}{k} = \frac{4xz}{y^2} . Sin.\, a^4 = Sin.\, a^2.$$

dus $YMCNY = dx . dz .$

$$\sqrt{\left(\frac{x^2+z^2}{xz} . Sin.\, a^2 + Sin.\, 2a^2 - 2 Sin.\, a^2 Cos.\, 2a \right)}$$

maar $Sin.\, 2a = 2 . Sin.\, a . Cos.\, a$
$Sin.\, 2a^2 = 4 . Sin.\, a^2 . Cos.\, a^2$
$Cos.\, 2a = Cos.\, a^2 - Sin.\, a^2$
$2 Sin.\, a^2 Cos.\, 2a = 2 Sin.\, a^2 Cos.\, a^2 - 2 Sin.\, a^4$

$Sin.\, 2a^2 - 2 Sin.\, a^2 . Cos.\, 2a = 2 Sin.\, a^4$

dus

dus $YMCNY = dx.dz.\frac{x+z}{\sqrt{xz}}.Sin.a.$

$= Sin.a\,(x^{\frac{1}{2}}z^{-1}+z^{\frac{1}{2}}x^{-1}).dx\,dz.$

Als men nu de oppervlakte AZYXA beschouwt, dan ziet men dat, als AX in AB verandert (AZ onveranderd blyvende), dezelve veranderen zal in AZ, BA; dus is XYNB de differentiaal van de oppervlakte AZYXA genomen ten opzigte van x alleen. Beschouwt men nu deeze differentiaal XYNB, zoo ziet men op gelyke wyze, dat, als XI in XK overgaat (AX en XB onveranderd blyvende), dezelve veranderen zal in XMCB; dus YMCNY de differentiaal van XYNB, genomen ten opzigte van z alleen. Byaldien derhalven de oppervlakte AZYXA in x en z gegeeven was, zoo men er den oneindig kleinen vierhoek YMCNY uit af kunnen leiden, door eerst AZYXA te differentieeren ten opzigte van x, om te hebben de differentiaalvlakte XYNB, en dan deeze differentiaal andermaal te differentieeren ten opzigte van z, waar door men den vierhoek YMCNY verkrygt: maar het omgekeerde heeft hier plaats, te weeten: de vierhoek YMCNY is bekend, in x, z en derzelver differentiaalen; en het is door integratie dat wy er de oppervlakte AZYXA uit af moeten leiden; integreer eerst YMCNY ten opzigte van z, dan verkrygt men voor integraal XYNB; integreer deeze integraal andermaal ten opzigte van x, en men heeft de begeerde oppervlakte AZYXA. — Wy hebben gevonden:

$YMCNY = Sin.a\,(x^{\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{2}})\,dx.dz$

---

dus $XYNB = Sin.a.dx\,S(x^{\frac{1}{2}}z^{-\frac{1}{2}}dz+x^{-\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{2}}dz)$

$= Sin.a.dx\,(2.x^{\frac{1}{2}}z^{\frac{1}{2}}+\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{2}}z^{\frac{3}{2}})$

---

dus $AZYXA = Sin.a\,S(2.z^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx+\frac{2}{3}z^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}dx)$

$$= Sin.a.(\tfrac{1}{3}z^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}+\tfrac{1}{3}z^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}})$$

$$= 2.Sin.a(\tfrac{1}{3}x+\tfrac{1}{3}z)z^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$$

$$= \tfrac{1}{3}xy+\tfrac{1}{3}zy$$

$$= \tfrac{1}{3}.ZI.YI+\tfrac{1}{3}XI.YI$$

dus ADCBA $= \tfrac{1}{3}.DE.CE+\tfrac{1}{3}BE.CE.$

waar uit blykt dat de gevraagde oppervlakte ADCBA gelyk is aan de ſom der beide paraboolen DEC en BEC (Floryn §. 78.)

AANMERKING.

Men had ook den vierhoek YMCNY kunnen integreeren ten opzigte van x (z en dz als conſtant beſchouwende), waar door men voor integraal verkreegen had de oppervlakte ZYMD, en deeze andermaal integreerende ten opzigte van z, verkrygt men insgelyks de oppervlakte AZYXA naar den eisch van het Voorſtel. Het is merkwaardig dat dit gedeelte van de oppervlakte des kegels *quarrabel* is, daar de geheele oppervlakte derzelve niet gequadrateerd kan worden.

I. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, P. HAGE, W. J. VAN WYK, G. FIKKEN, A. HARREBOMÉE, P. BURGER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., J. SCHUITEMAKER, JAN PAUW, H. W. CASPARI, P. JÖFFER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, J. R. SCHMIDT, *en* A. F. DE PAUW.

De Koopman had 36 ſtukken ÷ 3 ellen en de knegt heeft v.. koſt

Stuk-

Stukken 7+ 7 Ellen
10—12
11— 5
5— 9

dus 33—19
van 36— 3

rest 3 St. + 16 El.

Het getal der ſtukken word in haar geheel gelaten, en men vindt voor het getal der ellen in de rest 16, zynde de band n°2.

II. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER, J. VLASVELD, *den* OPGEVER, A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, J. VAN WYK Rz., A. HARREBOMÉE, M. BOELHOUWER, P. A. DUREGE, JAN PAUW, H. VERSCHOOR, Jz., A. VOLKERSE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, W. J. VAN WYK, P. JÖFFER, S. VAN DER PAAUW, P. BURGER, P. HAGE, G. FIKKEN *en* H. W. CASPARL.

f 12:10:8 = f 12 $\frac{1}{10}$ + 10 ſt. kort een ſtuk

f 87 $\frac{1}{10}$ + 13 ſt. = f 84 $\frac{7}{10}$ + 70 ſt. de 7 ſtukken

f 2 $\frac{15}{20}$ = 57 ſt.

of f 1 = 20 ſt.
dus 1 ſt. = f $\frac{1}{20}$ = 16 penn.

III. VOORSTEL.

Door J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, *den* OPGEVER, A. HARREBOMÉE, G. FIKKEN, P. HAGE, H. VERSCHOOR Jz., S. VAN DER PAAUW, P. A. DUARGE, P. OLM, P. BURGER, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, J. VLASVELD *en* JAN PAUW.

Stel het getal der ſchapen $= s$

dan is de inkoopprys voor ieder $= \frac{240}{s}$

en de verkoopprys $= \frac{240}{s} + \frac{1}{2}$.

Nu heeft hy $s - 18$ ſchapen verkogt

$\frac{240}{s} + \frac{1}{2}$ prys van ieder ſchaap

$231 + \frac{1}{2}s - \frac{4320}{s} = 165$

of $\frac{1}{2}s + 66 = \frac{4320}{s}$

$s^2 + 132s = 8640$

Waar

Waar uit $x+66=114$
$x=48$ schapen
en $\frac{240}{x}=\frac{240}{48}=5$ gl. de inkoopsprys.

IV. VOORSTEL.

Door S. VAN DER PAAUW, *den* OPGEVER, J. SCHUITEMAKER, A. VOLKERSE, G. FIKKEN, JAN PAUW, P. HAGE, P. A. DUREGE, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, P. JÖFFER, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *en* A. HARREBOMÉE.

Stel $4x$ en $5x$ de 1e. 2 getallen
en $6y$ en $7y$ de 2e.

dus $4x-6y : 5x-7y = 2:3$

$2x=4y$

$x=2y$

Nu is $9x-13y=20$

$18y-13y=5y$

$20=5y$

$4=y$

$8=x$.

V.

V. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, P. BURGER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, P. A. DUREGE, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, P. OLM, G. FIKKEN, M BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., S. VAN DER PAAUW, *den* OPGEVER, A. VOLKERSE, J. PAUW, H. VERSCHOOR JZ., *en* P. JÖFFER.

Stel het eerste getal = $3x$
dan is het derde —— = $11x$
en het tweede —— = $7x$

$21x = 84$

$x = 4$
$3x = 12$
$7x = 28$
$11x = 44.$

VI. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, H. VERSCHOOR Jz., A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, P. JÖFFER, C. VAN SCHAICK Jr., W. J. VAN WYK, H. W. CASPARI, P. HAGE, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, G. FIKKEN, J. SCHUITEMAKER, *den* OPGEVER, *en* J. VLASVELD.

Stel de gedurige evenredigen x, xy, xy^2, dan heeft men

$$xy+x \;=\square$$
$$xy+xy^2=\square$$
$$\text{Stel } xy+x \;=a^2$$

$$\text{dan is } x=\frac{a^2}{y+1}$$

$$\text{en } xy+xy^2=a^2y=\square$$

Om hier aan te voldoen moet y een quadraat zyn. Neem $y=b^2$, dan is de begeerde progres

$$\frac{a^2}{b^2+1},\ \frac{a^2b^2}{b^2+1},\ \frac{a^2b^4}{b^2+1}$$

VII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, P. HAGE, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, G. FIKKEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, J. SCHUITEMAKER, S. VAN DER PAAUW, P. JÖFFER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., W. J. VAN HEMERT, *en* P. A. DUREGE.

$10\frac{1}{2}$ kegels diam.

$14 : 11 = 110\frac{1}{4}$:

is $86\frac{5}{8}$ grondvlaks inh.

$5 = \frac{1}{3}$ hoogte

$433\frac{3}{8}$ kegels inhoud

$(5\frac{1}{2})^2 = 166\frac{3}{8}$ teerlings inh.

$2\frac{3}{4} . 2\frac{1}{2} . 1 = 6\frac{7}{8}$ platstuks inh.

$11 : 21 = 606\frac{3}{8}$ inh. des kloots

komt $\frac{9261}{8}$ cubicq diam.

$\sqrt[3]{\frac{21}{2}} = 10\frac{1}{2}$ diam. des kl.

Cub. d.		℔		Cub. d.	
$6\frac{7}{8}$	:	$3\frac{1}{3}$	=	$606\frac{3}{8}$	:

komt 294 ℔ de kogel zwaar.

VIII.

VIII. VOORSTEL. *Fig.* 2.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, G. FIKKEN, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, S. VAN DER PAAUW, *en* J. SCHUITEMAKER.

Trek AE perp. op AC tot hy de verlengde CB ontmoet in E, dan is na ED getrokken te hebben

$$\triangle BE) = \triangle ABD$$
$$\text{maar } \triangle BDC = \triangle BDC$$
$$\text{dus } \triangle FCD = \triangle ABC.$$

Laat nu EC in 3 gelyke deelen worden gedeeld, in F en G, en getrokken worden de lynen DF en DG, dan is den $\triangle$ BCD en dus ook den $\triangle$ ABC in 3 gelyke deelen gedeeld.

Nu is bekend. AB = 40, BC = 68 en AC = 84

$$\text{dus } CD = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}{2\,AC} = 60$$

$$CD : BC = AC : CE = 95\tfrac{3}{5}$$
$$FG = CG = 31\tfrac{11}{15}$$
$$\text{dus } BF = BC - 2\,CG = 4_{15}^{8}$$

en om DF en DG te bepalen hebben wy

$$Cos.\ C = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}{2\,AC\ BC} = \tfrac{15}{17}$$

$$\text{dus } DF = \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{FC}^2 - 2\,CD.FC.Cos.\,C} = 30_{15}^{8}$$

$$\text{en } DG = \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{GC}^2 - 2\,CD.GC.Cos.\,C} = 35,31$$

naby.

IX.

IX. VOORSTEL.

Door G. Fikken, S. van der Paauw, *den* Opgever, A. Harreboméé, J. R. Schmidt, A. F. de Pauw, P. Hage, M. Boelhouwer, J. van Wyk Rz., J. Schuitemaker, *en* P. Jöppert.

Stel de 4 quadraten

$(rx-1)^2 = r^2x^2 - 2rx + 1$
$(sx-1)^2 = s^2x^2 - 2sx + 1$
$(tx-1)^2 = t^2x^2 - 2tx + 1$
$(ux-5)^2 = u^2x^2 - 10ux + 25$

add.

komt $x^2(r^2+s^2+t^2+u^2) - 2x(r+s+t+5u) + 28 = 28$

of $x = \frac{2(r+s+t+5u)}{r^2+s^2+t^2+u^2}$.

Neem r, s, t en u naar welgevallen, en dus zyn op dit voorstel antwoorden tot in het oneindige mogelyk.

Laat byv. $r=1$, $s=2$, $t=3$, $u=4$ zyn, dan wordt $x = \frac{26}{15}$, en dan zyn de vier quadraten

$$\frac{121}{225}, \quad \frac{1369}{225}, \quad \frac{3969}{225}, \quad \frac{841}{225},$$

wier som 28 is.

X.

X. VOORSTEL. *Fig.* 3.

Door BESTUURDERS J. VAN WYK RZ, M. BORLHOUWER, *den* OPGEVER, A. F. DE PAUW, *en* J. R. SCHMIDT.

$Cos.\ AC = Cos.\ AB.\ Cos.\ BC = \sqrt{1 - Sin.\ AC^2}$

$= \frac{5}{13} = \frac{65}{169}$

$Sin.\ BC : Sin.\ A = Sin.\ AC : Sin.\ B$

$Sin.\ A : Sin.\ BD = Sin.\ D : Sin.\ AB$ mult.

$Sin.\ BC : Sin.\ BD = Sin.\ AC : Sin.\ AB$

$Sin.\ AB.\ Sin.\ BC = Sin.\ BD.\ Sin.\ AC$

$\frac{6}{13} \cdot \frac{12}{13} = \frac{72}{169}$

$Cos.\ (AB + BC) = Cos.\ AB.\ Cos.\ BC - Sin.\ AB.\ Sin.\ BC$

$= -\frac{7}{169} = 0{,}04142$

$AB + BC = 92°.\ 22'.$

$Cos.\ (AB - BC) = Cos.\ AB.\ Cos.\ BC + Sin.\ AB.\ Sin.\ BC$

$= \frac{137}{169} = 0{,}81065$

$AB - BC = 35°.\ 50'.$

dus $AB = 64°.\ 6'.$

en $BC = 28.\ 16.$

XL. VOORSTEL.

Door M. Boelhouwer, J. van Wyk Rz., J. R. Schmidt, A. F. de Pauw, *den* Opgever, S. van der Paauw, *en* G. Fikken.

Stel dat F voor het schepel inzaads betaalt x marken, dan betaalt G voor hetzelve $x-\frac{1}{4}$, en H $x-1$; dan is

$$\frac{55\frac{1}{2}}{x}+\frac{557\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{4}}+\frac{557\frac{1}{2}}{x-1}=\frac{1087\frac{1}{2}}{24}.$$

$$580x^3-725x^2+145x=21408x^3-17840x+1784$$

$$580x^3-22133x^2+17985x-1784=0$$

Waaruit door nadering:

$x=37,331933637$

$x-\frac{1}{4}=37,081933637$

$x-1=36,331933637.$

dus $\frac{557\frac{1}{2}}{x}=14,933595307$ sch. inz. van F.

$\frac{557\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{4}}=15,034275330$ ——— G.

$\frac{557\frac{1}{2}}{x-1}=15,344627802$ ——— H.

XII. VOORSTEL.

Door P. A. DURREGE, *den* OPGEVER, A. HARREBOMÉE, A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, W. J. VAN WYK, S. VAN DER PAAUW, G. FIKKEN, J. VAN WYK RZ., J. F. KLIEFOOT, *en* H. G. WITLAGE.

Stel de getallen $2x$ en $3x$

dan is $(13x^2+20x)x=100$

of $x^3+\frac{20}{13}x^2=\frac{100}{13}$.

Stel $x=\frac{y}{13}$.

dan is $x^3=\frac{y^3}{13^3}$.

$x^2=\frac{y^2}{13^2}$.

$$\frac{y^3}{13^3}+\frac{20}{13}\cdot\frac{y^2}{13^2}=\frac{100}{13}.$$

$$y^3+20y^2=16900$$

Stel $y=z-\frac{20}{3}$

$$y^3 = z^3 - 20z^2 + \frac{400}{3}z - \frac{8000}{27}.$$

$$20y^2 = \quad 20z^2 - \frac{800}{3}z + \frac{24000}{27}.$$

$$-16900 = \qquad\qquad -16900$$

add.

$$0 = z^3 - \frac{400}{3}z - \frac{440300}{27}$$

Stel $z = \frac{v}{3}$

komt $\frac{v^3}{27} - \frac{400}{3}\cdot\frac{v}{3} - \frac{440300}{27} = 0$

$$v^3 - 1200v - 440300 = 0$$

of $v^3 = 1200v + 440300.$

Nu is volgens de regel van Cardanus

$$v = \sqrt[3]{220150 - \sqrt{48402022500}} + \sqrt[3]{220150 + \sqrt{48402022500}}.$$

Vervolgens $z = \frac{1}{3}v$

$$y = z - \frac{20}{3} = \frac{v - 20}{3}.$$

$$x = -y = \frac{v - 20}{39}$$

$$2x = \frac{2v - 40}{39}$$

$$3x = \frac{v - 20}{13}$$

XIII.

XIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, *den* OPGEVER, J. VAN WYK RZ., *en* J. SCHUITEMAKER.

Laten de getallen zyn A, B, C, en D, dan is het 5de Agreaat $25A+15B+5C+D=625$
— 8ste —— $120A+36B+8C+D=1772$
de eerſte met 24 en de tweede met 7 gemultipliceerd komt

$$840A+360B+120C+24D=15000$$
$$840A+252B+56C+7D=12404$$

de eerſte van de tweede en de vierde van de derde afgetrokken, rest:

$$85A+21B+3C=1147$$
$$108B+64C+17D=2596$$

Wyl nu de getallen in Harmoniſche Progreſſie moeten zyn, ſtellen wy

$$A=\frac{xy}{2y-x},\ B=\frac{xy}{y},\ C=\frac{xy}{x},\ D=\frac{xy}{2x-y}$$

(Zie VAN SWINDEN, Meetk. 29 Voorſt. 3 Boek.)
hier door hebben wy

$$\frac{85xy}{2y-x}+21x+3y=1147.$$

$$108x+64y+\frac{17xy}{2x-y}=2596.$$

De eerſte met $2y-x$ en de tweede met $2x-y$ gemultipl. hebben wy na herleiding

$$124xy - 21x^2 + 6y^2 = 2294y - 1147x \text{ (*)}$$
$$\text{en } 37xy + 216x^2 - 64y^2 = 5192x - 2599y$$

de eerſte met 32 en de tweede met 3 gemultipl. en de producten geldd. zynde geeft:

$$4079xy - 24x^2 = 65620y - 21128x$$

$$\text{hier door } y = \frac{21128x - 24x^2}{65620 - 4079x}.$$

dit geſubſtitueerd in de vergel. (*), die wy het leiden tot

$$6y^2 - (2294 - 124x)y - 21x^2 + 1147x = 0$$

geeft:

$$\frac{6(21128x - 24x^2)^2}{(65620 - 4079x)^2} - \frac{(2294 - 124x)(21128x - 24x^2)}{(65620 - 4079x)} - 21x^2 + 1147x = 0$$

dit met $(65620 - 4079x)^2$ gemult. en herleid zynde, geeft:

$$337260501x^3 - 19213548291x^2 + 3285409241928x - 175851809496 = 0$$

hier door $x = 12$, dus $y = 15$

en de begeerde Harmoniſche Progreſſie

10, 12, 15, 20.

XIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, M. BOELHOUWER, A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *en* W. J. VAN HEMERT.

Stel eene andere zyde $= x$, dan zal de derde $= \frac{48}{4x}$ zyn, deze drie nu twee aan twee met den

an-

anderen vermenigvuldigd, geeft de som der producten voor de halve oppervlakte

$$ax + \frac{b^3}{x} + \frac{b^3}{a} = \text{min.}$$

$$\text{dus } a\,dx - \frac{b^3\,dx}{x^2} = 0$$

$$a = \frac{b^3}{x^2}$$

$$x = \sqrt{\frac{b^3}{a}} = \frac{b^3}{ax}$$

dus de zyden x, $\sqrt{\frac{b^3}{a}}$ en $\sqrt{\frac{b^3}{a}}$.

XV. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, *en* M. BOELHOUWER.

Stel 2 ribben x en y, dan is de derde $= \frac{b^3}{xy}$ en dus

$$xy + \frac{b^3}{x} + \frac{b^3}{y} = \text{max.}$$

$$y\,dx + x\,dy - \frac{b^3\,dx}{x^2} - \frac{b^3\,dy}{y^2} = 0$$

$$\left(y - \frac{b^3}{x^2}\right)dx + \left(x - \frac{b^3}{y^2}\right)dy = 0$$

dus $y - \frac{b^2}{x^2} = 0$ en $x - \frac{b^2}{y^2} = 0$

hier door $x = y = b$.

XVI. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, JAN PAUW, W. J. VAN WYK, M. BOELHOUWER, *den* OPGEVER, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, P. OLM, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, P. BURGER, P. HAGE, S. VAN DER PAAUW, *en* A. HARREBOMÉE.

Wy ſtellen ons hier voor de ſom der volgende reeks te bepalen

$$An + Bnx + Cnx^2 + Dnx^3 + \text{&c. ad inf.}$$

waar in A, B, C, D enz. getallen zyn, die na een zeker getal aftrekkingen gelyke verſchillen geven.

Stellende dan de 1e. overblyffelen der 1e, 2e, 3e verſchillen te worden uitgedrukt door a, b, c, d &c., dan hebben wy:

$a = B - A$
$b = C - 2B + A$
$c = D - 3C + 3B - A$
$d = E - 4D + 6C - 4B + A$
enz. enz.

Waar uit wy trekken

$A = A$
$B = A + a$
$C = A + 2a + b$
$D = A + 3a + 3b + c$
$E = A + 4a + 6b + 4c + d$
enz. enz.

Nu

Nu hebben wy

1°. $p+px+px^2+px^3+$ &c. $=\frac{p}{1-x}$ (L. Calile §. 279.)

$px+px^2+px^3+$ &c. $=\frac{px}{1-x}$

px^2+px^3+ &c. $=\frac{px^2}{1-x}$

px^3+ &c. $=\frac{px^3}{1-x}$

&c. $=$ &c.

add.

2°. $p+2px+3px^2+4px^3+$ &c. $=\frac{p}{(1-x)^2}$

$px+2px^2+3px^3+$ &c. $=\frac{px}{(1-x)^2}$

px^2+2px^3+ &c. $=\frac{px^2}{(1-x)^2}$

px^3+ &c. $=\frac{px^3}{(1-x)^2}$

add.

3°. $p+3px+6px^2+10px^3+$ &c. $=\frac{p}{(1-x)^3}$

Op deze wyze voortgaande is 't klaar dat men zal verkrygen

4°. $p+4px+10px^2+10px^3+$ &c. $=\frac{p}{(1-x)^4}$

5e. $p+5px+15px^2+35px^3+\&c. = \frac{p}{(1-x)^5}$

en zoo vervolgens.

Maar

$A+Ax+Ax^2+Ax^3+\&c. = \frac{A}{1-x}$ (n. 1.)

$ax+2ax^2+3ax^3+\&c. = \frac{ax}{(1-x)^2}$ (n. 2.)

$bx^2+3bx^3+\&c. = \frac{bx^2}{(1-x)^3}$ (n. 3.)

$cx^3+\&c. = \frac{cx^3}{(1-x)^4}$ (n. 4.)

$\&c. = \&c.$

add.

$A+Bx+Cx^2+Dx^3+\&c. = \frac{A}{1-x}+\&c.$

n

$An+Bnx+Cnx^2+Dnx^3+\&c. =$

$$\left(\frac{A}{1-x}+\frac{ax}{(1-x)^2}+\frac{bx^2}{(1-x)^3}+\frac{cx^3}{(1-x)^4}+\&c.\right)n$$

voor de begeerde form, welke altoos uit een eindig getal termen zal beſtaan, wanneer de grootheden A, B enz. tot gelyke verſchillen kunnen worden gebragt, om dat al de volgende termen de reeks a, b, c &c. $= o$ worden, zoo dat door deze formule dit en de negen volgende Voorſtellen opgelost kunnen worden.

In

In dit voorſtel is $n = s = \frac{1}{5}$, $A = a = 1$, $b = c =$ &c. $= 0$, dus:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{25} + \frac{3}{125} + \text{&c. ad inf.} = \frac{5}{16}.$$

XVII. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., P. JÖFFER, P. HAGE, P. BURGER, S. VAN DER PAAUW, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE Jr., A. HARREBOMÉE, P. OLM, *en* P. A. DUREGE.

In dit voorſtel is $n = x = \frac{1}{4}$, $A = 1$, $a = 2$, $b = 1$, $c = d =$ &c. $= 0$, dus

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{6}{64} + \text{&c.} = \frac{16}{27}.$$

XVIII. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, P. BURGER, P. A. DUREGE, P. HAGE, A. HARREBOMÉE, S. VAN DER PAAUW, *en* P. OLM.

In dit voorſtel is $n = x = \frac{1}{5}$, $A = 1$, $a = 3$, $b = 2$, $c = d =$ &c. $= 0$, dus

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{25} + \frac{9}{125} + \frac{16}{625} + \text{&c.} = \frac{15}{32}.$$

XIX.

XIX. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE Jr., P. HAGE, P. BURGER, S. VAN DER PAAUW, A. HARREBOMÉE, P. A. DURGE, *en* P. OLM.

In dit voorstel is $n=x=\frac{1}{3}$, $A=1$, $a=7$, $b=12$, $c=6$, $d=e=$&c.$=0$, dus

$$\frac{1}{3}+\frac{8}{9}+\frac{27}{27}+\frac{64}{81}+\text{&c.}=\frac{33}{8}.$$

XX. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, P. BURGER, P. HAGE, S. VAN DER PAAUW, A. HARREBOMÉE, J. F. KLIEFOOT, *en* H. G. WITLAGE Jr.

In dit voorstel is $n=x=\frac{1}{4}$, $A=1$, $a=15$, $b=50$, $c=60$, $d=24$, $e=f=$&c.$=0$, dus

$$\frac{1}{4}+\frac{16}{16}+\frac{81}{64}+\frac{256}{256}+\text{&c.}=\frac{380}{81}.$$

XXI.

XXI. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, P. JÖFFER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., S. VAN DER PAAUW, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, P. BURGER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, *en* P. OLM.

In dit voorstel is $n=\frac{1}{3}$, $x=\frac{1}{9}$, $A=1$, $a=2$, $b=c=$&c.$=0$, dus

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{27}+\frac{5}{243}+\frac{7}{2187}+\text{&c.}=\frac{15}{32}.$$

XXII. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, S. VAN DER PAAUW, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. HAGE, W. J. VAN HEMERT, G. FIKKEN, *en* A. L. HECTOR.

In dit voorstel is $n=\frac{3}{5}$, $x=\frac{2}{25}$, $A=1$, $a=2$, $b=c=$&c.$=0$, dus

$$\frac{3}{5}+\frac{81}{125}+\frac{1215}{3125}+\frac{15309}{78125}+\text{&c.}=\frac{255}{128}.$$

XXIII.

XXIII. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, S. VAN DER PAUW, W. J. VAN HEMERT *en* G. FIKKEN.

In dit voorstel is $n=x=\frac{3}{5}$, $A=1$, $a=3$, $b=2$, $c=d=\&c.=0$, dus

$$\frac{3}{5}+\frac{36}{25}+\frac{243}{125}+\frac{1296}{625}+\&c.=15.$$

XXIV. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, A. L. HECTOR, P. HAGE, G. FIKKEN, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., S. VAN DER PAAUW, *en* W. J. VAN HEMERT.

In dit voorstel is $n=\frac{3}{16}$, $x=\frac{3}{4}$, $A=1$, $a=7$, $b=12$, $c=6$, $d=e=\&c.=0$, dus

$$\frac{3}{16}+\frac{72}{64}+\frac{729}{256}+\&c.=219.$$

XXV.

XXV. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, M. BOELHOUWER, A. L. HECTOR, P. HAGE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., S. VAN DER PAAUW, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, W. J. VAN HEMERT, *en* G. FIKKEN.

In dit voorstel is $n=\frac{3}{100}$, $x=\frac{3}{5}$, $A=1$, $a=15$, $b=50$, $c=60$, $d=24$, e &c. $=0$, dus

$$\frac{3}{100}+\frac{144}{500}+\frac{2187}{2500}+\&c.=\frac{69}{2}.$$

XXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, M. BOELHOUWER, *en* A. L. HECTOR.

Stel de deelen $3x$, $8x$, $7y$, $15y$, en z, dan is

$$11x+22y+z=388$$

$$\overline{3x}^{3}+\overline{8x}^{3}+\overline{7y}^{3}+\overline{15y}^{3}+z^3=\text{max.}$$

of $539x^3+3718y^3+z^3=\text{max.}$

en $1617x^2dx+11154y^2dy+3z^2dz=0$

maar $11dx+22dy+dz=0$

$$1617dx+3234dy+147dz=0$$

of $1617dx+=-3234dy-147dz.$

dit

dit in de andere vergelyking gebragt, is

$$11154y^2dy + 3z^2dz = x^2(3234dy + 147dz)$$

$$(3z^2 - 147x^2)dz = (3234x^2 - 11154y^2)dy$$

beide leden $=0$ geſteld

$$3z^2 - 147x^2 = 0 \qquad 3234x^2 - 11154y^2 = 0$$

$$z^2 = 49x^2 \qquad 49x^2 = 169y^2$$

$$z = 7x \qquad 7x = 13y$$

dit gebragt in de vergelyking

$$11x + 22y + z = 388$$

$$18x + \frac{154}{13}x = 388$$

komt $x = 13$

dus $y = 7$

dus de getallen 39, 104, 49, 105, en 91.

NB. A. L. HECTOR heeft aangemerkt dat de ſom der cuben van deze vyf deelen geen maximum zyn kan, maar dat dezelve een minimum is.

XXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, G. FIKKEN, S. VAN DER PAAUW, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, *en* P. HAGE.

Rd. Hamb. B°.	*s* — 100	Rd. Hamb. B°.
	100 — 148	Rd. Wisselgeld.
	1 — 90	Kreutz. W. G.
	1042 — 415	St. Cour.
	839 — 800	St. Banco.
	543 — 16	Daald.
	405 — 400	voor Onk.
	3 — 2	Rd. Banco.
	300 — 302	met de Onk.

komt *s* = 98¾ Rd. Hamb. ruim, en dus heeft Hamburg cirka 1¼ pCt. verloren.

XXVIII. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, S. VAN DER PAAUW, P. HAGE, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., J. PAUW, T. J. KERKHOVEN, *de* OPGEVERS, H. W. CASPARI, P. A. DUREGE, G. FIKKEN, *en* J. ROOSEKRANS.

Maand.	pCt.	M.	
12	5	9	*f* 3¾
			900
			f 33 — 15 — intr. van 900 gl.
			149 — 5 — de gen. intrest.
			en *f* 115 — 10 — voor hunne gelyke sommen.

Maand. pCt. M.
12 —— 4 —— 8 *f* 2½ van B
3½ van C

Interest 6½ — 100 — *f* 112½

komt *f* 1800 voor ieder
derhalven *f* 1800 van B
en *f* 2700 van C.

XXIX. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, P. HAGE, S. VAN DER PAUW, G. FIKKEN, JAN PAUW, T. J. KERKHOVEN, *de* GROEVERS, A. L. HECTOR, P. A. DURREGE, H. W. CASPARI, *en* J. ROOSEKRANS.

	M.	pCt.		reden.
D *f* 4500	× 8	× 4	=	144000
C . .	10	× 4½	= 45 ged. in de red. *f* 3200	K. van C.
B 3000.		× 5	= 15000 . .	9⅗ Maand. van B.
A 2400	× 12.		= 28800 . .	5 Perct. van A.

XXX.

XXX. VOORSTEL.

Door J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, P. HAGE, JAN PAUW, *de* OPGEVERS, S. VAN DER PAAUW, G. FIKKEN, A. L. HECTOR, *en* T. J. KERKHOVEN.

Als men dit voorſtel in verband leest, met de voorgaande by den Autheur, kan men de bedoeling raden. — Anders zoude (zoo het my voorkomt) het antwoord zyn: de vervaldagen worden door het voorſtel als opgenoemd, namelyk 2 M. 4 dagen na den 2 Juny enz. — De bedoeling zal dan zyn, den tyd of den dag te vinden, waarop alle de kapitalen te zamen zoo veel intrest opleveren, als de ſom van alle de intresſen, die de verſchillende kapitalen, volgens de in het voorſtel bepaalde tyden opbrengen.

Van 2 Juny tot 27 October zyn $4\frac{5}{6}$ Maand.; afgetrokken van $6\frac{3}{15}$ M., reſt dat de *f* 1500 nog $1\frac{3}{15}$ Maand moet loopen na 27 October.

Van 12 Aug. tot 27 October zyn $2\frac{1}{2}$ Maand.; dit afgetrokken van 8 M., reſt $5\frac{1}{2}$ Maand; die de *f* 1200 nog te loopen heeft na 27 October.

1500×6	$450 \times 1\frac{3}{15}$	585
$1200 \times 5\frac{1}{2}$	$330 \times 5\frac{1}{2}$	1818
880×5	220×10	2200
NB. Ieder product is door 20 gedeeld.	1000 . . .	4600

komt 4 M. 18 dagen na den 27 October, het welk is den 15 Maart van het volgende Jaar.

Dus ſtaat de

$f1500$-:-$4\frac{5}{6}+4\frac{2}{5}=9\frac{13}{30}$ M., is à 6 pCt. in 't Jaar $f70\frac{3}{4}$
$f1200$-:-$2\frac{1}{2}+4\frac{2}{5}=7\frac{1}{10}$ —— is à $5\frac{1}{2}$ —— $f39\frac{1}{20}$
f 880-:- $4\frac{2}{5}$ —— is à 5 —— $f16\frac{13}{15}$

komt de intreſt $f126\frac{7}{12}$

XXXI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. VAN WYK, Rz., M. BOELHOUWER, P. A. DUREGE, G. FIKKEN, *en* W. J. VAN HEMERT.

Het is klaar dat $x=a$ en $y=b$, als mede $x=-a$ en $y=-b$, aan de opgegevene vergelykingen voldoen, om de overige waarden van x en y te vinden, ſtel ik

$$x-a=n(y-b)$$
$$x+a=m(y+b)$$

waardoor $x^2-a^2=mn(y^2-b^2)$

$$x=\frac{m+n}{2}y+\frac{m-n}{2}b$$

$$a=\frac{m-n}{2}y+\frac{m+n}{2}b$$

Stellende deze waarden van x^2-a^2, x en a, in de opgegevene vergelykingen:

$$A(x^2-a^2)+B(xy-ab)+C(y^2-b^2)=0$$
$$M(x^2-a^2)+N(bx-ay)+R(b^2-y^2)=0$$

dan

dan bekomt men

$$Amn+B.\frac{m+n}{2}+C=o$$

$$Mmn-N\frac{m-n}{2}-R=o$$

waar door verder

$$B.\frac{m+n}{2}=-(Amn+C)$$

$$N\frac{m-n}{2}=(Mmn-R)$$

$$B^2.\left(\frac{m+n}{2}\right)^2=A^2m^2n^2+2ACmn+C^2$$

$$N^2.\left(\frac{m-n}{2}\right)^2=M^2m^2n^2-2MRmn+R^2$$

Multipliceer de eerſte vergelyking met N^2, de tweede met B^2, en trek de producten van elkander, dan heeft men

$$B^2N^2mn=(A^2N^2-M^2B^2)m^2n^2$$
$$+(2ACN^2+2MRB^2)mn$$
$$+C^2.N^2-R^2.B^2.$$

Stel om te verkorten

$$ACN^2+MRB^2-\tfrac{1}{2}B^2N^2=p(A^2N^2-M^2B^2)$$
$$C^2N^2-R^2B^2=q(A^2N^2-M^2B^2)$$

dan heeft men

$$m^2n^2+2pmn+q=o$$

en $mn=-p\pm\sqrt{p^2-q}$

$$m+n=-\frac{2C+2Amn}{B}$$

$$m-n=-\frac{2R-2Mmn}{N}$$

Nu hebben wy om x en y te bepalen

$$2x=(m+n)y+(m-n)b.$$
$$2a=(m-n)y+(m+n)b.$$

waardoor terſtond

$$y=\frac{2a-(m+n)b}{m-n}$$

$$(m+n)y=\frac{2(m+n)a-(m+n)^2b}{m-n}$$

$$\text{dus } x=\frac{(m+n)a-2mnb}{m-n}.$$

XXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, *en* W. J. VAN HEMERT.

Volgens de Schryvers over de driehoeksmeting heeft men:

$$Tang.\,(x+y)=\frac{Tang.x+Tang.y}{1-Tang.x.Tang.y}$$

$$\text{dus } Tang.\,2x=\frac{2Tang.x}{1-Tang.x^2}$$

Tang.

$$Tang.3x = Tang.(x+2x) = \frac{Tang.x + Tang.2x}{1 - Tang.x.Tang.2x}$$

$$= \frac{3\,Tang.x - Tang.x^3}{1 - 3\,Tang.x^2}.$$

$$Tang.4x = Tang.(x+3x) = \frac{Tang.x + Tang.3x}{1 - Tang.x.Tang.3x}$$

$$= \frac{4\,Tang.x - 4\,Tang.x^3}{1 - 6\,Tang.x^2 + Tang.x^4}.$$

Op gelyke wyze

$$Tang.5x = \frac{5\,Tang.x - 10\,Tang.x^3 + Tang.x^5}{1 - 10\,Tang.x^2 + 5\,Tang.x^4}.$$

enz. En in 't algemeen

$$Tang.nx = \frac{n\,Tang.x - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\,Tang.x^3 + \&c.}{1 - \frac{n(n-1)}{1.2}\,T.x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}\,T.x^4 - \&c.}$$

Multipliceer deze vergelyking met $\sqrt{-1}$, en ſtel kortheidshalve $T.$ in plaats van $Tang.$, komt

$$T.nx.\sqrt{-1} = \frac{nT.x\sqrt{-1} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}.T.x^3\sqrt{-1} + \&c.}{1 - \frac{n(n-1)}{1.2}.T.x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}Tx^4 - \&c.}$$

$$1+T.nx\sqrt{-1}=\frac{1+nT.x\sqrt{-1}-\frac{n(n-1)}{1.2}.Tx^2-\&c.}{1-\frac{n(n-1)}{1.2}.Tx^2+\&c.}$$

$$1-T.nx\sqrt{-1}=\frac{1-nT.x\sqrt{-1}-\frac{n(n-1)}{1.2}.T.x^2+\&c.}{1-\frac{n(n-1)}{1.2}.T.x^2+\&c.}$$

$$\frac{1+T.nx\sqrt{-1}}{1-T.nx\sqrt{-1}}=\frac{1+nT.x\sqrt{-1}-\frac{n(n-1)}{1.2}.Tx^2-\&c.}{1-nT.x\sqrt{-1}-\frac{n(n-1)}{1.2}.T.x^2+\&c}$$

$$=\frac{(1+T.x.\sqrt{-1})^n}{(1-T.x\sqrt{-1})^n}$$

$$\frac{2T.nx\sqrt{-1}}{1-T.nx\sqrt{-1}}=\frac{(1+T.x\sqrt{-1})^n-(1-T.x\sqrt{-1})^n}{(1-T.x.\sqrt{-1})^n}$$

$$\frac{2}{1-T.nx\sqrt{-1}}=\frac{(1+T.x\sqrt{-1})^n+(1-T.x\sqrt{-1})^n}{(1-T.x.\sqrt{-1})^n}$$

$$T.nx\sqrt{-1}=\frac{(1+T.x\sqrt{-1})^n-(1-T.x\sqrt{-1})^n}{(1+T.x\sqrt{-1})^n+(1-T.x\sqrt{-1})^n}(-\sqrt{-1})$$

$$T.nx=\frac{(1-T.x\sqrt{-1})^n-(1+T.x\sqrt{-1})^n}{(1-T.x\sqrt{-1})^n+(1+T.x\sqrt{-1})^n}\sqrt{-1}$$

XXXIII.

XXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 4.

Door A. L. HECTOR, G. FIKKEN, M. BOELHOUWER, *en* J. VAN WYK Rz.

CONSTRUCTIE.

Trek op de lyn BF den perpendiculair AB, en maak dien gelyk aan 100 voeten, volgens de onderſtelling; neem nu BC ook gelyk 100 voeten, en in C de lyn CD=20 voeten met eenen hoek DCF van 60 graden; volg. onderſt. en trek de lynen AC en AD; maak nu FC mede gelyk 100 voeten, en trek in F de perpendiculair EF. Beſchryf nu op CD een ſegment, dat eenen hoek bevat gelyk aan den ∠CAD, 't welk de lyn EF zal ſnyden in een punt E, dat de top zal zyn van den Toren EF, wyl de ∠CED = ∠CAD is.

OPLOSSING.

Wyl de lynen AB en BC even groot zyn en ∠B regt is, is ∠ACB=45°. maar ∠DCF=60°. dus ∠DCA=75°.; $AC=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{20000}$ =141,42 en DC=20. dus:

$$AC+CD:AC-CD=Tang.\frac{\angle ADC+\angle DAC}{2}:Tang.\frac{\angle ADC-\angle DAC}{2}.$$

$$161,4:121,4=Tang.52°.30':Tang.\frac{\angle ADC-\angle DAC}{2}.$$

Log. Tang. 52° 30'. = 10.1150191
——— 121,4 = 2.0842167

12.1992382
——— 161,4 = 2.2079235

9.9913347 is

Log. Tang. 44°. 26' = ½ ∠ADC − ½ ∠DAC
52 . 30 = ½ ∠ADC + ½ ∠DAC

8°. 4'. = ∠CAD = ∠CED

Verleng nu de lyn CF tot in G en trek de lynen DG en EG, verleng de lyn EF tot L, en laat uit het middelpunt H perpendiculairen vallen op CG en EL en verleng HK tot in M en N. Nu is ∠DCG = 60°. en ∠DGC = 8°.4', dus ∠GDC = 111° 56'.

Sin. ∠CGD : *Sin.* ∠CDG = CD : CG
Sin. 8°. 4'. : *Sin.* 111°.56'. = 20 : CG.

Log. Sin. 111°.56'. = 9.9673697
Log. 20 = 1.3010300
——— add.
11.2683997
Log. Sin. 8°. 4'. = 9.1471358
——— af
2.1212639 =
Log. 132,2 = CG
2
61,1 = CI
dus IF = 33,9
∠DCG + ∠DCG = ∠CHI = 68°.4'.

Sin. CHI : CI = *Cos.* CHI : IH = *Rad.* : CH.
Sin 68°.4'. : 66,1 = *Cos.* 68°.4'. : HI = *Rad.* : CH.

Log. van 66,1 = 1,8202339
——— *Cos.* 68°.4'. = 9,5723226

11,3925565
——— *Sin.* 84°.4'. = 9,9673697

1,4251868 = *Log.* 26,6 = IH of FK.

Log.

Log. van 66,1 = 1,8202339
—— *Radius* = 10,

11,8202339
Log. Sin. 68°.4'. = 9,9673697

1,8528642 = *Log.* 71,27 = CHofMH.

CH = MH = 71,26
HK = 33,9
by en af
MK = 105,16
NK = 37,36
mult.
EK = 3929.
EK = 62,7
FK = 26,6
EF = 36,1 't begeerde.

NB. „ Dit Voorſtel is reeds opgegeven en opgelost door H. Rakers, in het 1ſte Deel der „ Kunstoefeningen, nº. 21."

XXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, S. VAN DER PAAUW, G. FIKKEN, JAN PAUW, P. A. DUREGE, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., J. SCHUITEMAKER, P. JÄFFER, *en* P. HAGE.

Door het voorſtel heeft men:

$y^1 =$

$x^3 = 5xy + 132$

$y^3 = -15xy - 658$

——————— mult.

$x^3y^3 = -75x^2y^2 - 5270xy - 86856$

$x^3y^3 + 75x^2y^2 + 5270xy + 86856 = 0$

waar uit $xy = -21$

dus $x^3 = 27$ en $y^3 = -343$

$\sqrt[3]{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

$x = 3$ en $y = -7$.

XXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, P. HAGE, G. FIKKEN, H. W. CASPARI, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., H. G. WITLAGE Jr., J. F. KLIEFOOT, A. L. HECTOR, *en* P. A. DURREGE.

De tweede vergelyking door de eerste gedeeld zynde, geeft

$$\frac{y^2 + x}{x^2 + y} = 2.$$

$$y^2 + x = 2x^2 + 2y$$

$$y^2 - 2y + 1 = 2x^2 - x + 1$$

$$y - 1 = \sqrt{2x^2 - x + 1}$$

$$y = 1 + \sqrt{2x^2 - x + 1}$$

Deze waarde van y in de eerste der opgegevene vergelykingen gebragt, geeft

$x^3 +$

$x^3+x^3\sqrt{2x^2-x+1}+x(1+\sqrt{2x^2-x+1})^2=210.$

$x^3+x^3\sqrt{2x^2-x+1}+x(2+2x^2-x)+2x\sqrt{2x^2-x+1}=210.$

$3x^3-x^2+2x-210=-(x^3+2x)\sqrt{2x^2-x+1}.$

$9x^6-6x^5+13x^4-1264x^3+424x^2-840x+44100=$
$2x^8-x^7+9x^6-4x^5+12x^4-4x^3+4x^2$

$2x^8-x^7+2x^5-x^4+1260x^3-420x^2+840x-44100=0.$

waar uit men vindt $x=3$

dus $y=1+\sqrt{2x-x+1}=5.$

XXXVI. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., W. J. VAN HEMERT, P. HAGE, G. FIRKEN, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, *den* OPGEVER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., S. VAN DER PAAUW, P. A. DUBBEGE, *en* A. L. HECTOR.

Sel de visschen $=x^4+2x^2-44$
dan zyn de visschen van $A=x^2+1$
$B=x$
$C=x^2-x+1$
$D=x-1$
$E=+1$
$F=2x-1$
$G=x^2-2x+1$
$H=2x$
$I=3x-1$
$K=2x^2-6x+9$
add.
x^4+

$$x^4 + 2x^2 - 44 = 5x^2 + 10$$

$$x^4 - 3x^2 = 54$$

$$x^4 - 3x^2 + 2\tfrac{1}{4} = 56\tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x^2 - 1\tfrac{1}{2} = 7\tfrac{1}{2}$$

$$x^2 = 9$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x = 3$$

Dus de visschen van A = 10, van B = 3, van C = 7, van D = 2, van E = 1, van F = 5, van G = 4, van H = 6, van I = 8, en van K = 9.

XXXVII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *en den* OPGEVER.

Stel de quadraat getallen, wier som weder een quadraat getal zyn moet: a^2, b^2, c^2, d^2, &c.

Stel $\sqrt{\quad}\ a^2 + b^2 + c^2 + \ldots \&c. = a + n$

$$a^2 + b^2 + c^2 + \&c. = a^2 + 2an + n^2$$

$$b^2 + c^2 + d^2 + \&c. = n^2$$

dus $a = \dfrac{\quad}{2n}$

$$a^2 = \frac{(b^2 + c^2 + d^2 + \&c. - n^2)^2}{4n^2}$$

Indien wy alle die quadraten met $4n^2$ vermenigvuldigen, vinden wy voor de gevraagde quadraten: $(b^2 + c^2 + d^2 + \&c. - n^2)^2$, $4b^2n^2$, $4c^2n^2$, $4d^2n^2$ &c. waarin alles naar welgevallen genomen kan worden.

XXXVIII.

XXXVIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *en den* OPGEVER.

Deze opgaaf is opgelost door de voorgaande, men neemt namelyk alle de gevondene quadraatgetallen, wier som een quadraatgetal is, op één na, en ſtelt hier voor die ſom in de plaats, wanneer men het begeerde zal hebben.

XXXIX. VOORSTEL.

Door G. FIKKEN, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, *en den* OPGEVER.

$$\sqrt{x^2b+b^2}+\sqrt{bg+g}=c$$

$$\text{of } \sqrt{x^2b+b^2}=c-\sqrt{bg+g}$$

$$x^2b+b^2=(c-\sqrt{bg+g})^2$$

$$x^2=\frac{(c-\sqrt{bg+g})^2-b^2}{b}$$

$$a=\sqrt{\frac{(c-\sqrt{bg+g})^2-b^2}{b}}$$

XL. VOORSTEL. Fig. 5.

Door den OPGEVER, J. VAN WYK RZ., *en* M. BOELHOUWER.

Zy FG de middellyn des met den Equator evenwydigen cirkels, AB de middellyn des Equators, $\angle FCA=p$.

$\angle FCA = p$. Stel $AC = a$, $DC = b$, D en E zyn de polen.

$DH.EH : \overline{FH}^2 = b^2 : a^2$ (Floryn kegelsneden)

$(b - HC)(b + HC) : \overline{FH}^2 = b^2 : a^2$

$b^2 - \overline{HC}^2 : \overline{FH}^2 = b^2 : a^2$

maar $HC = FH.Tang.p$

dus $b^2 - \overline{FH}^2.Tang.p^2 : \overline{FH}^2 = b^2 : a^2$

$$a^2 b^2 - a^2.\overline{FH}^2.Tang.p^2 = b^2.\overline{FH}^2$$

$$\overline{FH}^2 = \frac{a^2 b^2}{b^2 + a^2.Tang.p^2}$$

$$FH = \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2 Tang.p^2}}.$$

$$FG = \frac{2ab}{\sqrt{(b^2 + a^2 Tang.p^2)}}.$$

Mult. met $\frac{5400}{2a}$, komt periferie des met den equator evenwydigen cirkels.

$$\frac{5400b}{\sqrt{(b^2 + a^2 Tang.p^2)}}.$$

NB. „ Dit voorstel is breedvoerig behandeld door J. DE GELDER, in zyne Wiskundige Verhandelingen, in den Jare 1801. by den Boekverkoper *Loosjes Pz.* te Haarlem uitgekomen.“

XLI.

XLI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, *en* G. FIKKEN.

Het komt hier maar op aan deze formule goed te analiseeren. Volgens de formule is.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \tfrac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

zy $p = n - 1$, dan is

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + p^3 = \tfrac{1}{4} p^2 (p+1)^2$$

af

$$n^3 = \tfrac{1}{4} n^2 (n+1)^2 - \tfrac{1}{4} p^2 (p+1)^2$$

$$4 n^3 = n^2 (n+1)^2 - p^2 (p+1)^2$$

deel door $n^2 = (p+1)^2$, komt

$$4 n = (n+1)^2 - p^2$$

$$= (n+1)^2 - (n-1)^2 = 4 n$$

het welk onbetwistbaar waar is

1e. *Aanmerking.* Men kan deze formule verder uitbreiden, dewyl dezelve niet altoos met 1^3 behoeft te beginnen; men vraagt naar de zom der cuben

$$m^3 + (m+1)^3 + \ldots + n^3$$

Om dezelve te vinden heeft men

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \tfrac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots (m-1)^3 = \tfrac{1}{4} (m-1)^2 m^2$$

$$m^3 + (m+1)^3 + \ldots + n^3 = \tfrac{1}{4} n^2 (n+1)^2 - \tfrac{1}{4} m^2 (m-1)^2$$

2e. *Aanmerking.* Door deze formule kan men ligt de opgaaf oplosſen, tot *één* of *meerdere* cubi een quadraat te vinden zoo dat hunne ſom weer een quadraat zy.

XLII. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., *den* OPGEVER, P. A. DUREGE, S. VAN DER PAAUW, A. L. HECTOR, H. W. CASPARI, W. J. VAN HEMERT, J. F. KLIEFOOT, *en* H. G. WITLAGE JR.

Als wy de eerſte vergelyking met v, de tweede met x, de derde met y, en de vierde met z vermenigvuldigen, zyn de producten allen gelyk. — Deze gedivideerd door $x + y + z + v$, komt

$$18\,v^2 = 24\,x^2 = 32\,y^2 = 50\,z^2$$

2)

$$9\,v^2 = 12\,x^2 = 16\,y^2 = 25\,z^2$$

$$3\,v = 2\,x\sqrt{3} = 4\,y = 5\,z.$$

dus $v = \frac{2}{3}x\sqrt{3}$

$y = \frac{1}{2}x\sqrt{3}$

$z = \frac{2}{5}x\sqrt{3}$

$x = x$

$$x + y + z + v = (1 + \tfrac{47}{30}\sqrt{3})x$$

$$24\,x$$

$$24\ s\ (s + y + z + v) = 24\ (1 + \tfrac{47}{30}\sqrt{3})\ s^2$$
$$v\ y\ z = \tfrac{2}{5}\ s^3\sqrt{3}$$

dus $\tfrac{2}{5}\ s^3\sqrt{3} = 24\ (1 + \tfrac{47}{30}\sqrt{3})\ s^2$.

$$\tfrac{1}{5}\ s\sqrt{3} = 12\ (1 + \tfrac{47}{30}\sqrt{3})$$

$$s = 60\left(\frac{30 + 47\sqrt{3}}{30\sqrt{3}}\right)$$
$$= \frac{60 + 94\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$y = 30 + 47\sqrt{3}.$$
$$z = 24 + 37\tfrac{2}{3}\sqrt{3}.$$
$$v = 40 + 62\tfrac{2}{3}\sqrt{3}.$$

XLIII. VOORSTEL.

Door S. VAN DER PAAUW, *den* OPGEVER, JAN PAUW, P. A. DUREGE, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, W. J. VAN HEMERT, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, A. L. HECTOR, *en* P. HAGE.

In een gelykzydige driehoek ieder hoek $= 60°$. zynde, deelt men de bazis door de perpendiculair in twee gelyke deelen, ſtel ieder deel $= x$, dus ieder zyde van den driehoek $= 2\ x$, en bekend zynde dat $4\ s^5 - x^5 = 3\ s^2$ 't quadraat is van

de perpendiculair, dus de perpendiculair $= x\sqrt{3}$; dus $x^2 + 21\frac{1}{4}$ (zynde 't quadraat van de halve basis + 't quadraat van 't bekende deel des perpendiculairs) $= 3x^2 - 16x + 21\frac{1}{4}$ (zynde het quadraat van het onbekende deel des perpendiculairs.)

of $16x = 2x^2$

$x = 8$

dus $2x = 16$, ieder zyde

en $x^2\sqrt{3} = 64$, de inhoud.

XLIV. VOORSTEL.

Door A. L. Hector, G. Fikken, W. J. van Hemert, J. van Wyk Rz., *en* M. Boelhouwer.

Stel het getal $= x$, dan moet $x^3 + x^2 + x$ een cubus zyn, ftelt

$\sqrt[3]{x^3 + x^2 + x} = x + a$

$x^3 + x^2 + x = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$

dus $(1 - 3a)x + (1 - 3a^2)x = a^3$.

ftelt nu $3a = 1$ of $a = \frac{1}{3}$

zoo is $\frac{2}{3}x = \frac{1}{27}$

$x = \frac{1}{18}$ 't begeerde.

XLV.

XLV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, F. J. KERKHOVEN, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, P. HAGE, S. VAN DER PAAUW, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, *en* G. FIKKEN.

Stel dat de ſteen de geheele hoogte in n ſecunder doorvalt, zoo moet, dewyl de ruimten aangroeijen in de quadraat reden der tyden, en om dat $2n - 1$ reſpectief de ruimte uitdrukt, in ieder ſecunde doorgelopen zyn

$$(n-1)^2 = 2n - 1$$

$$n^2 - 4n = -2$$

$$n = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$= 3{,}4142 \text{ ſecunden onderweg}$$

$$n^2 = 11{,}657$$

$$15\tfrac{3}{4}$$

mult.

dus is de Toren 179¼ Rhynlandſche voeten hoog byna.

XLVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER.

By de eerste slag worden er 580 duimen uitgepomt, dus dat er slegts $\frac{1040}{460}$ of $\frac{52}{23}$ van de voorgaande lugt meer overig is, dus na n slagen $\left(\frac{52}{23}\right)^n$.

Log. 52 = 1,7160033
— 23 = 1,3617278

Log. $\frac{52}{23}$ = 0,3542755 ×10

Log. $\left(\frac{52}{23}\right)^{10}$ = 3,5427550 = *Log.* 3489,4 nagenoeg dus staat de lugt voor en na de pomping tot elkander als 1 tot 3489,4.

Log. 2671 = 3,4266739
— 20 = 1,3010300

2,1256439

0,3542755) ———

6 slagen circa moet men doen om de lugt zoodanig verdund te hebben.

XLVII.

XLVII. VOORSTEL.

Door G. FIKKEN, *den* OPGEVER, P. JÖFFER, S. VAN DER PAAUW, T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, JAN PAUW, H. W. CASPARI, P. A. DUREGE, A. VOLKERSE, J. ROOSEKRANS, P. HAGE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. VAN WYK RZ., *en* M. BOELHOUWER.

Laat de eene wyzer b malen harder loopen dan de andere, wanneer dan de eene a loopt, zal de andere ab in denzelven tyd loopen, en laat de eene de andere c uren vooruit zyn.

Stelle dan dat, die het hardſte loopt, de andere die vooruit is zal achterhalen na dat dezelve x uren geloopen heeft, dan heeft men deze evenredigheid: als

$$ab : a = c + x : x$$

$$abx = ac + ax$$

waaruit $x = \frac{ac}{a(b-1)}$ de tyd, die de eene, die vooruitgegaan is, geloopen heeft tot dat hy door de andere wordt ingehaald.

Hier door heeft men nu eene algemeene formule voor de oplosſing van diergelyke Voorſtellen.

In dit Voorſtel is tu $a = 1$, $b = 12$ en $c = 5$.

dus $\frac{a\,c}{a(b-1)} = 1\frac{5}{11}$ uren $= 27\ \frac{3}{11}$ min.

dus was het $2\ \frac{8}{11}$ minut voor half zes uren.

XLVIII. VOORSTEL.

Door G. FIKKEN, P. A. DUREGE, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., S. VAN DER PAAUW, J. ROOSEKRANS, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, JAN PAUW, P. HAGE, *en* T. J. KERKHOVEN.

Dit Voorſtel is weder door de formule uit het voorgaande Voorſtel op te losſen; want hier heeft men $a = 1$, $b = 1\frac{1}{2}$ en $c = 16$ uren, die de andere moet inwinnen.

En dus $\frac{a\,c}{a\,(b-1)} = 48$ uren, dus na dat die het hardſte loopt 4 maal en de andere 3 maal zal rondgeloopen zyn, zullen zy op het zelfde punt, waar van zy afgegaan zyn, weder boven elkander ſtaan.

XLIX.

XLIX. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, JAN PAUW, A. VOLKERSE, W. J. VAN WYK, T. J. KERKHOVEN, C. VAN SCHAICK, P. A. DUREGE, H. W. CASPARI, J. SCHUITEMAKER, J. WESTENDORP, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, P. JÖFFER, J. ROOSEKRANS, G. FIKKEN, P. HAGE, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, *en* S. VAN DER PAAUW.

Stel x Osſen, dan is

$$x : 80 = 1 : \frac{80}{x}$$

$$x + 4 : 80 = 1 : \frac{80}{x + 4}$$

nu is $\frac{80}{x + 4} + 1 = \frac{80}{x}$

$$80x + x^2 + 4x = 80x + 320$$

$$4 = 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 324$$

$$x + 2 = 18$$

$$x = 16 \text{ Osfen.}$$

L. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, T. J. KERKHOVEN, *den* OPGEVER, P. HAGE, P. JÖFFER, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, P. A. DUBBEL, J. SCHUITEMAKER, M. BOELHOUWER, S. VAN DER PAAUW, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, G. FIKKEN, *en den* OPGEVER.

Stel x en y voor de getallen,

$$(x^2+y^2)(x^3+y^3) = 34632$$

door $x+y = 12$ gedeeld, komt:

$$(x^2+y^2)(x^2-xy+y^2) = 2886$$

nu is $x^2+2xy+y^2 = 144$

$$x^2+y^2 = 144-2xy$$

$$x^2-xy+y^2 = 144-3xy$$

$$(144-2xy)(144-3xy) = 2886$$

$$6x^2y^2-720xy+20736 = 2886$$

$$6x^2y^2-720xy = -17850$$

$$x^2y^2-120xy = -2975$$

Hier uit vindt men $xy = 35$ of 85

ver-

vervolgens $x^2 + 2xy + y^2 = 144 = 144$
$4xy = 140$ of 340

$x^2 - 2xy + y^2 = 4$ of -196

$x - y = 2$ of $14\sqrt{-1}$
$x + y = 12 = 12$

$x = 7$ of $6 + 7\sqrt{-1}$
$y = 5$ of $6 - 7\sqrt{-1}$

LI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. HARREBOMÉE, J. SCHUITEMAKER, G. FIKKEN, S. VAN DER PAAUW, P. A. DUREGE, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, A. VOLKERSE, T. J. KERKHOVEN, P. JÖFFER, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, P. HAGE, *en* J. WESTENDORP.

Stelle x en xx de geleende sommen

Capt. m		Gl. m	
$x - 10$	$10x$	$300 - 8$	2400
$xx - 20$	$20x^2$	$1030 - 15$	15450
			17850
			35700

$20x^2$

$$20 \quad \frac{20\,x^2 + 10\,x = 35700}{x^2 + \frac{1}{2}\,x = 1785}$$

$$\frac{}{x^2 + \frac{1}{2}\,x + \frac{1}{16} = 1785\,\frac{1}{16}}$$

$$x + \tfrac{1}{4} = 42\,\tfrac{1}{4}$$

$x = 42$ Gl. } de geleende sommen.
$x\,x = 1764$ Gl. }

LII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. HARREBOMÉE, H. W. CASPARI, C. VAN SCHAICK Jr., T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, S. VAN DER PAAUW, P. A. DUREGE, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, H. G. WITLAGE Jr., J. F. KLIEFOOT, A. VOLKERSE, J. WESTENDORP, J. ROOSEKRANS, P. JÖFFER, G. FIKKEN *en* P. HAGE.

Stelle x ℔ de Osse zwaar.

$$2 \quad \frac{\frac{1}{2}\,x}{}$$

$$20) \quad \frac{\frac{1}{40}\,x}{}$$

$\sqrt{\frac{1}{40}x}$ Stuivers 't ℔

x ℔ zwaar

$x\sqrt{\frac{1}{40}x} = 12 \times 820$ Stuivers

$\frac{1}{40}x^3 = 6553600$

40

$x^3 = 26214400$

$\sqrt{}$

$x = 640$ ℔ de Os zwaar

$\sqrt{\frac{1}{40}x} = 4$ stuiv. 't ℔ gekost.

LIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, G. FIKKEN, T. J. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, *en* A. F. DE PAUW.

Wy zullen dit Voorstel niet alleen oplosſen door er een quadraat-getal, maar een willekeurig getal b af te trekken, ſtel de getallen x en y; dan moeten $x - b$, $x + y - b$, $x - y - b$, $y - b$ quadraten zyn

ſtel $x - b = dd$, $x + y - b = ee$

$x = dd + b = ee + b - y = x$

$y =$

$$y = ee - dd$$
$$s = dd + b$$

$$x - y = 2\,dd + b - ee$$
$$x - y - b = 2\,dd - ee = \square$$
$$y - b = ee - dd - b = \square,$$

ſtel $2\,dd - ee = mm$

$$2\,dd = ee + mm$$

ſtel $e = z + v$

en $m = z - v$

dan is $mm = z^2 - 2\,z\,v + v^2$

$ee = z^2 + 2\,z\,v + v^2$

$$mm + ee = 2\,z^2 + 2\,v^2 = 2\,dd$$

$$z^2 + v^2 = dd$$

dus $x = dd + b = z^2 + v^2 + b$

$y = ee - dd = ee - z^2 - v^2 = 2\,v\,z$

$y - b = 2\,v\,z - b = \square$ ſtel $= pp$

$$z = \frac{pp + b}{2\,v}.$$

$$z^2 = \frac{\sqrt{p^4 + 2\,b\,p^2 + b^2}}{4\,v^2}$$

$$z^2 + v^2 = \frac{p^4 + 2\,b\,p^2 + b^2 + 4\,v^4}{4\,v^2} = dd$$

moet

moet een rationaal quadraat zyn, de noemer het reeds zynde, ſtel de wortel uit den teller $= pp + 2vv$, dan is:

$$4p^2v^2 = 2bp^2 + b^2$$

$$2pv = \sqrt{2bp^2 + b^2} \text{ ſtel } = b + p$$

$$2bp^2 + b^2 = b^2 + 2bp + p^2$$

$$p = \frac{2b}{2b-1}$$

$$v = \frac{b+p}{2p} = \frac{2b+1}{4}$$

$$z = \frac{pp+b}{v} = \frac{8b^3+2b}{8b^3-4b^2-2b+1}$$

$$d = \sqrt{zz+vv} = \frac{16b^4+24bb}{4(8b^3-4b^2-2b+1)}$$

$$e = z+v = \frac{16b^4+32b^3-8b^2+8b+1}{32b^3-16b^2-8b+1}$$

$$x = dd+b = \frac{25b^8+1024b^7-256b^6+1120b^4+64b^3-16b^2+16b+1}{16(64b^6-64b^5-16b^4+32b^3-4b^2-4b+1)}$$

$$y = ee-dd = \frac{1024b^7-256b^5-64b^4+16b}{16(64b^6-64b^5-16b^4+32b^3-4b^2-4b+1)}$$

hier in is b geheel willekeurig en kan dus gelyk aan een quadraat genomen worden, by v. $= 1$

dan zyn $\frac{1825 \text{ en } 720}{144}$ de begeerde getallen.

Dit is de 30ſte ſom van de 4de afdeeling van A. B. STRABBE, op pag. 286.

LIV. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, G. FIKKEN, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, A. HARREBOMÉE, S. VAN DER PAAUW, P. HAGE, P. A. DUREGE, P. JÖFFER, *den* OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, JAN PAUW, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel de getallen x en y, dan is

$x^5 + y^5 = 100001$
$x + y = 11$
——— divideer
$x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4 = 9091$
——— 4
$4x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + 4y^4 = 36364$
maar $x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 = 14641$
——— add.
$5x^4 + 10x^2y^2 + 5y^4 = 51005$
5)———
$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 10201$
√———
$x^2 + y^2 = 101$
——— (2
$2x^2 + 2y^2 = 202$
$x^2 + 2xy + y^2 = 121$
———
$x^2 - 2xy + y^2 = 81.$
———
$x - y = 9.$
$x + y = 11$
———
$x = 10$
$y = 1$ } de begeerde getallen.

LV.

LV. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, *den* OPGEVER, G. FIKKEN, S. VAN DER PAAUW, T. J. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, *en* A. F. DE PAUW.

$(m+1)^2 = m^2 + 2m + 1$
$(m+3)^2 = m^2 + 6m + 9$
$(m+5)^2 = m^2 + 10m + 25$
&c &c

$m^2 + m^2 + m^2 + \&c = n\,m^2$
$0 + 6m + 10m + \&c = n.2mn$
$1 + 9 + 25 + \&c = n.\frac{1}{3}(4n^2-1)$

dus $(m+1)^2 + (m+3)^2 + (m+5)^2 + \&c = n(m^2 + 2mn + \frac{4}{3}n^2 - \frac{1}{3})$ gelyk aan de gevraagde som min m^2.

LVI. VOORSTEL.

Door M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., S. VAN DER PAAUW, *den* OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, G. FIKKEN, P. JÖFFER, P. HAGE, A. HARREBOMÉE, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, J. SCHUITEMAKER, *en* P. A. DUREGE.

$(x+y)z^4 - (x^3+y^3)2z^2 + x^5 + y^5 = 2016.\frac{1}{2}xy$
$x+y = 12$

ged.

$z^4 - (x^2-xy+y^2)2z^2 + x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4 = 84xy$

maar $z^2 = x^2 + y^2$

derh. $x^2 y - x^2 y^2 + xy^3 = 84\ xy$

xy

$x^2 - x y + y^2 = 84$

$x^2 + 2 xy + y^2 = 144$

$6 \quad 3 xy = 60$

$\frac{1}{2} xy = 10$ inh. des Δ

LVII. VOORSTEL. *Fig.* 6.

Door T. J. KERKHOVEN, *den* OPGEVER, *en* A. L. HECTOR.

$AB = a$, $CD = b$, $AF = c$, $BG = d$.

$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 = b^2 + \frac{1}{4} a^2$

$BC = AC = \sqrt{b^2 + \frac{1}{4} a^2} = p$

$AC : CD = AF : FH = \frac{bc}{p}$

$BC : CD = BG : GI = \frac{bd}{p}$

subit.

Dus $FK = \frac{b(c-d)}{p} = q$

$AC : AF = AD : AH = \frac{\frac{1}{2} ac}{p}$

$BC : BG = BD : BI = \frac{\frac{1}{2} ad}{p}$

add.

AH

$$AH + BI = \frac{\frac{1}{2}a(d+c)}{p}$$

$$\text{van } AB = \frac{ap}{p} \text{ gesubstr.}$$

$$HI = \frac{a(p - \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}d)}{p} = r$$

$\overline{FG}^2 = q^2 + r^2 = s^2$ het quadraat van de grootste as van de Ellips,

Deel FG in twee gelyke deelen in N en trek LM evenwydig aan AB, dan is

$CD : AB = CT : RG$

$$\text{of } b : a = b - \frac{bd}{p} : RG \frac{a(p-d)}{p} = 2LN = 2v.$$

$CD : AB = CY : FX$

$$b : a = b - \frac{bc}{p} : FX \frac{a(p-c)}{p} = 2NM = 2w$$

$$LN \times NM = \overline{NQ}^2 = vw$$

$$\text{of } 4\,\overline{NQ}^2 = 4\,vw = \overline{PQ}^2$$

$$s^2 = \overline{FG}^2$$

$$\sqrt{4\,s^2\,vw = \overline{FG}^2 \times \overline{PQ}^2}$$

$FG \times PQ = 2\,s\sqrt{vw}$ = het quadraat der middellyn des cirkels, wiens inhoud aan die van de Ellips gelyk is, dus volgens *Archimedes*

$$14 : 11 = 2s\sqrt{vw} : \frac{11\,s\sqrt{vw}}{7} \text{ de inhoud der Ellips.}$$

LVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. HARREBOMÉE, JAN PAUW, P. JÖFFER, P. HAGE, P. A. DURREE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, T. J. KERKHOVEN, S. VAN DER PAAUW, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., J. SCHUITEMAKER, *en* A. L. HECTOR.

$x^3 - y^2 x = 440$ en $3x^2 + 2y^2 = 200$

$$y^2 = \frac{x^3 - 480}{x} = \frac{200 - 3x^2}{2}$$

$2x^3 - 960 = 200x - 3x^3$

$5x^3 - 200x - 960 = 0$

komt $x = 8$

en $y^2 = \frac{200 - 3x^2}{2}$

of $y = \sqrt{\frac{200 - 3x^2}{2}} = 2$

dus de progressie 6, 8 en 10.

LIX.

LIX. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, *den* OPGEVER, J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, S. VAN DER PAAUW, A. L. HECTOR, JAN PAUW, P. JÖFFER, P. HAGE, T. J. KERKHOVEN, G. H. WITLAGE Jr., J. F. KLIEFOOT, *en* A. HARREBOMÉE.

Stel x en y voor de getallen

$5x + 8y = p^2$

dus $p^2 + 60 = (x + y)^2$

of $x + y = \sqrt{p^2 + 60} = \left(p + \frac{m}{n}\right)^2$ gesteld

is $p = \frac{60n^2 - m^2}{2nm}$.

Neem $n = \frac{1}{2}$ en $m = 3$, dan is $p = 2$, dus $x + y = 8$, hier uit $x = 20$ en $y = -12$.

LX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. HARREBOMÉE, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK Rz., S. VAN DER PAAUW, T. J. KERKHOVEN, J. SCHULTEMAKER, P. JÖFFER, P. HAGE, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE Jr., *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel het goud x dan is het zilver $85 - x$, en

ſtel de grootte der klomp = A. Cubieke duimen

$$19 : A = x : \text{komt } \frac{Ax}{19}$$

$$10\tfrac{1}{2} : A = 85-x : \frac{170-2x}{21}A$$

add.

$$15 : A = 85 : \frac{17A}{3} = \frac{170-2x}{21}A + \frac{Ax}{19}$$

$$2261 = 3230 - 17x$$

$$17x = 969$$

$$17)\quad x = 57 \text{ Oncen Goud.}$$

LXI. VOORSTEL. *Fig. 7.*

Door J. VAN WYK Rz., M. BOELHOUWER, *den* OPGEVER, J. SCHUITEMAKER, S. VAN DER PAAUW, JAN PAUW, T. J. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, *en* A. L. HECTOR.

$$\textit{Rad.} : OD = \textit{Tang.} \sphericalangle AOD : AD$$
$$1 : 20 = 2,7478 : AD$$

$$AD = 55$$

Rad.

Rad. : OD = *Tang.* ∠ COD : CD
1 : 20 = 1, 73205 : CD

CD = 34,5
AD = 55.

AC = 89,5

Sin. ∠ B : AC = *Sin.* ∠ C : AB.
98481 : 89,5 = 86603 : AB

AB = 78,6

Sin. ∠ B : AC = *Sin.* ∠ A : BC
98481 : 89,5 = 64279 : BC

BC = 58,4

LXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, A. L. HECTOR, G. H. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, A. HARREBOMÉE, G. FIKKEN, J. WESTENDORP, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, P. HAGE, JAN PAUW, P. A. DUREGE, *en* T. J. KERKHOVEN.

14 : 11 = $\overline{48}^{a}$: 1810$\frac{2}{7}$ inhoud des ſteens

14 : 11 = $\overline{36}^{a}$: 1018$\frac{2}{7}$ inh. na de afſlyping van A

af
komt 792 de afſlyping van A.

14 : 11 = $\overline{24}$: $45\frac{4}{7}$ inh. na de afflyping van B
af van den inh. van A
komt $565\frac{5}{7}$ de afflyping van B

14 : 11 = $\overline{12}$: $113\frac{1}{7}$ inh. na de afflyping van C
af van den inh. van B
komt $339\frac{3}{7}$ de afflyping van C

Om nu te vinden hoe veel geld ieder verflepen heeft, doet aldus

$1810\frac{2}{7}$: *f* 14 — : = { 792 : *f* 6 : 2 : 8 ... A.
$565\frac{5}{7}$: 4 : 7 : 8 .. B.
$539\frac{3}{7}$: 2 : 12 : 8 ... C.

f 13 : 2 : 2 dit af
van 14 — : — :

Rest : — 17 — 8. voor

de waarde der fteen.

LXIII. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, J. ROOSEKRANS, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ., G. FIKKEN, J. WESTENDORP, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, P. HAGE, S. VAN DER PAAUW, J. PAUW, H. W. CASPARI, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, A. VOLKERSE, T. J. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, *en* C. VAN SCHAICK.

Stel *f* s Capt: à 3 pCt. ? 's jaars
en 800 - s Capt. à 4 pCt. 5

komt

komt in 5 jaren $\frac{3x}{20}$ intr.

$$\frac{3200 \cdot 4x}{20} \text{ verg.}$$

dan is $144 = \frac{3200 - x}{20}$

$$2880 = 3200 - x$$

$$x = f\,320 \text{ Capt.}$$

$$800 - x = f\,480 \text{ ——}$$

LXIV. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, JAN PAUW, J. WESTENDORP, A. VOLKERSE, J. VAN WYK RZ, M. BOELHOUWER, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, H. W. CASPARI, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, P. JÖFFER, S. VAN DER PAAUW, G. FIKKEN, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, T. J. KERKHOVEN, *en* C. VAN SCHAICK.

Stel de getallen $7 - x$ en $7 + x$

dan is $(7-x)^3 + (7+x)^3 = 854$

of $686 + 42x^2 = 854$

$$42) \frac{42\,x^2 = 168}{x^2 = 4}$$
$$\sqrt{}$$
$$x = 2.$$

Dus de begeerde getallen 5 en 9.

LXV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. HARREBOMÉE, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, J. WESTENDORP, J. VAN WYK RZ., M. BOERHOUWER, S. VAN DER PAAUW, H. W. CASPARI, A. VOLKERSE, P. A. DUREGE, P. HAGE, G. FIKKEN, J. SCHUITEMAKER, JAN PAUW, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, *en* P. JÖFFER.

Stel de getallen $2x$ en $5x$, dan zyn huune vierkanten $4x^2$ en $25x^2$, nu ſtaat

$$7x : 29x^2 = 7 : 87$$
of $$7 : 29x = 7 : 87$$

dus $29x = 87$
en $x = 3$
dan is $2x = 6$
en $5x = 15$

LXVI.

LXVI. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, P. JÖPFER, P. HAGE, H. G. WITLAGE, J. F. KLIEFOOT, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, J. PAUW, J. SCHUITEMAKER, G. FIKKEN, P. A. DUREGE, T. J. KERKHOVEN, *en* C. VAN 'SCHAICK.

Stel de Geometriſche Progres $= x$, xy en xy^2 dan heeft men volgens het voorſtel, de volgende Arithmetiſche Progres $= x - a$, $xy - b$ en $xy^2 - c$ en daarom:

$$xy^2 - c + x - a = 2xy - 2b$$

$$xy^2 - 2xy + x = a - 2b + c$$

$$x = \frac{a - 2b + c}{y^2 - 2y + 1}$$

$$xy = \left(\frac{a - 2b + c}{y^2 - 2y + 1}\right) y$$

$$xy^2 = \left(\frac{a - 2b + c}{y^2 - 2y + 1}\right) y^2$$

LXVII.

LXVII. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, T. J KERKHOVEN, S. VAN DER PAAUW, J. VAN WYK RZ., M. BOELHOUWER, G. FIKKEN, H. G. WITLAGE JR, J. F. KLIEFOOT, P. JÖFFER, P. HAGE, P. A. DUREGE, JAN PAUW, J. SCHUITEMAKER, C. VAN SCHAICK JR., *en* A. L. HECTOR.

Stel de Progres x, xy en xy^2
dan is:

$$x-5 : xy-6 = xy-6 : xy^2-7$$

$$x^2y^2-7x-5xy^2+35 = x^2y^2-12xy+36$$

$$12xy-7x-5xy^2 = 1$$

$$x = \frac{1}{12y-7-5y^2}$$

$$xy = \frac{y}{12y-7-5y^2}$$

$$xy^2 = \frac{y^2}{12y-7-5y^2}$$

Om positieve getallen te vinden moet $12y > 7+5y^2$ zyn, waar door $y > 1$ en $< 1\frac{2}{5}$.

Neem $y = 1\frac{3}{10}$, dan is de Progres

$$6\frac{2}{3},\ 8\frac{2}{3},\ 11\frac{4}{13}.$$

LXVIII.

LXVIII. VOORSTEL.

Door M. Borlhouwer, J. van Wyk Rz., Jan Pauw, J. Schuitemaker, *den* Grever, A. Harrebomée, P. de Durege, T. J. Kerkhoven, H. C. Witlage, J. F. Kliefoot, G. Fikken, S. van der Paauw, P. Jöffer, P. Hage, *en* C. van Schaick Jr.

Stel de Progres x, xy, xy^2, xy^3
sub 3, 5, 9, 16

rest Arithm. Prog. $x-3, xy-5, xy^2-9, xy^3-16$

derhalven $xy^2 + x - 12 = 2xy - 10$
en $xy^3 + xy - 21 = 2xy^2 - 18$

$xy^2 - 2xy + x = 2$
$xy^3 + xy - 2xy^2 = 3$
divid.
komt $y = 1\frac{1}{2}$
hier door $x = 8$

de Geom. Progr. 8, 12, 18, 27
en de Arithm. 5, 7, 9, 11.

LXIX. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, T. J KERKHOVEN, JAN PAUW, M. BOELHOUWER, J. VAN WYK RZ, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, A. VOLKERSZ, P. A. DUREGE, H. W. CASPARI, P. HAGE, C. VAN SCHAICK JR., J. WESTENDORP, J. ROOSEKRANS, S. VAN DER PAAUW, G. FIKKEN, *en* A. L. HECTOR.

Daar het product van twee getallen nimmer o kan voortbrengen, is het uit de tweede onderſtelling blykbaar, dat het vierkant min 49 jaren o moet zyn; derhalven is de gevraagde tyd 7 jaren.

LXX. VOORSTEL. *Fig.* 8.

Door den OPGEVER.

Laat ABC de voorgeſtelde kegel zyn, EF de elliptiſche doorſnede van dezelve, nu is het klaar dat het topſtuk der kegels EAF, zyn middelpunt van zwaarte moet hebben in de lyn AD, gaande door den top A van den kegel en het middelpunt D van de ellips, ſtel in G; ſtel AG = x, AD = a, en laat de inhoud of liever het gewigt van het kegelſtuk EAF aangeduid worden door K, dan is Kx de momentkragt, die het kegelſtuk in G oeffent op de lyn AG; onderſtel nu dat het kegelſtuk van onderen aangroeit, zoo dat K en x gelyktydig veranderen in K + dK en $x + dx$, dan is de differentiaal of de ver-

an-

andering van de momentkragt $Kx = Kdx + xdK$; maar de differentiaal van die momentkragt is ook $= adK$,

dus $adK = Kdx + xdK$

$(a-x)\,dK = Kdx$

$\frac{dK}{dx} = \frac{K}{a-x}$

maar $K : K + dK = x^3 : (x+dx)^3$

$= x^3 : x^3 + 3x^2dx$

$= x : x + 3dx$

$K : dK = x : 3dx$

dus $\frac{dK}{dx} = \frac{3K}{x}$

dus $\frac{3K}{x} = \frac{K}{a-x}$

$3a - 3x = x$

$x = \frac{3}{4}a$

of $AG = \frac{3}{4}AD$

dus valt het punt G op $\frac{3}{4}$ deelen van de lyn AD.

LXXI. VOORSTEL. *Fig.* 2.

Door den OPGEVER.

Alles gefteld zynde als in het voorgaand Voorftel, en de fnede IK evenwydig zynde aan de ellipe EF, zal de regte lyn AD, verlengd zynde, gaan door het middelpunt H van den ellipe IK, en het kegelftuk IAK zyn middelpunt van zwaarte L hebben op de lyn AH, zoo dat $AL = \frac{3}{4}AH = \frac{3}{4}b$ zy (ftellende $AH = b$). Laat op die zelfde lyn M het middelpunt van zwaarte zyn van het ftuk IEFK en ftel $AM = z$,

dan is $z.\text{IEFK} + \frac{3}{4}a.\text{EAF} = \frac{3}{4}b.\text{IAK}$
maar $\text{EAF} : \text{IAK} = a^2 : b^2$
en $\text{EAF} : \text{IEFK} = a^2 : b^2 - a^2$

dus $z.\frac{b^2-a^2}{a^2} + \frac{3}{4}a. = \frac{3}{4}b.\frac{b^2}{a^2}$

$$z(b^2-a^2) = \tfrac{3}{4}(b^4-a^4)$$

en $$z = \tfrac{3}{4}\left(\frac{b^4-a^4}{b^2-a^2}\right)$$

LXXII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, G. FIKKEN, P. JÖFFER, P. HAGE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE Jr., J. SCHUITEMAKER, *en* S. VAN DER PAAUW.

De goederen kosten te zamen in koop $4068\frac{1}{16}$ Livres, en met alle de kosten te *Amsterdam* *f* $2063\frac{3}{4}$ Courant, dus

$4068\frac{1}{16}$: $2063\frac{3}{4}$
met 100 : 57 verm.

$406806\frac{1}{4}$: $1176331\frac{3}{4}$ = de prys van ieder el te *Lions* staat tot de prys in Amsterdamsch Courant.

Deze getallen staan tot elkander byna als 23 tot 24, dus zal het werk zyn als volgt:

24	$17\frac{1}{2}$
17	13
15	$6\frac{1}{2}$
$1\frac{4}{17}$	$\frac{4}{17}$
25	24

576	324
408	312
360	150
318	117
83	83
f 6. 18. 14.	f 3. 18. 2.
4. 18. 6.	3. 15. 4.
4. 6. 12.	1. 16. 8.
4. 3. 14.	1. 8. 4.

zynde de prys der el van ieder zoort van goed te *Amsterdam* in Guldens Courant.

LXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 9.

Door A. F. DE PAUW, *den* OPGEVER; J. R. SCHMIDT, G. FIKKER, en T. J. KERKHOVEN.

Beschryf uit B met AB als radius een cirkel snydende AC of deszelfs verlengde in E; trek BE, en trek uit A en E, de perp. AF en EG op BC of deszelfs verlengde; dus is

$$AC : CE = AF : EG$$
$$= \quad = \quad =$$
$$AC : AC \mp AE = Sin.\,B : Sin.\,\tfrac{1}{2}BC.$$

$$AC : AC \mp 2\,AD = Sin.\,(A+C) : Sin.\,(q-C)$$

of $$AC : AC \mp 2\,AD = Sin.\,(A+C) : Sin.\,(A-C)$$

Het is klaar dat het bovenste teken voor n°. 1 en het onderste voor n°. 2 dient.

LXXIV. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, P. A. DUREGE, F. G. A. DE LELIE, J. SCHUITEMAKER, A. HARREBOMÉE, G. FIKKEN, T. J. KERKHOVEN, P. JÖPPER, P. HAGE, J. F. KLIJFOOT, H. G. WITLAGE Jz., *en* P. JUNIUS VAN HEMERT.

$x(x+y+z)+y=21$
$y(x+y+z)+z=31$
$z(x+y+z)+x=38$

$(x+y+z)^2+x+y+z=90$

$x+y+z=-\frac{1}{2}+9\frac{1}{2}$ (=a gesteld)

$ax+y=21$, $ay+z=31$, $az+x=38$

$y=21-ax$ $z=31-ay$ $x=38-az$
$=21-38a+a^2z$
$=21-38a+31a^2-a^3y$

$y=\frac{21-38a+31a^2}{1+a^3}=30\text{of}-3_{11}^{6}$

$z=40\text{of}-4_{11}^{6}$, en $x=20\text{of}-2_{11}^{10}$.

LXXV. VOORSTEL.

Door A. F. DE PAUW *en* J. R. SCHMIDT.

Stellende de ordinaat y, de abscis x, en de inhoud 1, zoo hebben wy, wanneer de coördinaten regthoekig op elkander staan

d.

$$d.\mathrm{I} = y\,d.x \text{ en } \textit{Subt.} = \frac{y\,dx}{dy}.$$

[Zie PAS *Diff. Reek.*]

Wy hebben dus voor den inhoud van den driehoek, gevormd door de *tang.* *subt.* en *ordinaat*, om dat dezelve regthoekig is en de *tang.* tot hypoth. heeft.

$$\frac{y\,dx}{2dy} = \frac{y\,d\mathrm{I}}{2dy}.$$

Zoo dan de reden van den inhoud tot gemelde driehoek gegeven is als $1 : m$, zal men hebben

$$m\,\mathrm{I} = \frac{y\,d\mathrm{I}}{2dy}$$

$$\frac{2m\,dy}{y} = \frac{d\mathrm{I}}{\mathrm{I}}$$

$$\textit{Log.}\,y^{2m} = \textit{Log.}\,\mathrm{I} + \textit{Log.}\,\mathrm{C}.$$
$$= \textit{Log.}\,\mathrm{CI}$$

$$y^{2m} = \mathrm{CI}$$

diff.

$$2m\,y^{2m-1}\,dy = \mathrm{C}\,d\mathrm{I} = \mathrm{C}\,y\,dx.$$

$$2m\,y^{2m-2}\,dy = \mathrm{C}\,dx$$

Integr.

$$\frac{2m}{2m-1}\,.\,y^{2m-1} = c\,x,$$ vergelyking van de parabool, wiens geslagt door de gegeven reden m wordt bepaald.

Voorbeeld.

Zy $m = \frac{2}{3}$ gegeven, dan wordt de equatie $cx = \frac{1}{3}y^2$. of $y^2 = \frac{2}{3}cx$, equatie van de gemeene parabool, wiens parameter $\frac{2}{3}c$ is, het geen ook uit andere gronden bekend is.

LXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER; G. FIERENS, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stelt den opgang der massa's p, S voor de snelheid van A of den 1e bol. Nu is volgens de grondbeginsels der Natuurkunde de snelheid (als twee ligchamen botsen, waar van het eene in rust is) die het rustende verkrygt $= \frac{2AS}{A+B}$, stellende B voor 't rustende; dus zal de snelheid der bollen zyn als volgt: van den 1e $= S$; 2e $= \frac{2}{p+1}S$; 3e $= \left(\frac{2}{p+1}\right)^2 . S$ dus van den $n^{\text{e}} = \left(\frac{2}{p+1}\right)^{n-1} . S$. In ons Voorstel is $n = 100$; en zo de botsing van den grootste bol begint is $p = \frac{1}{3}$, en van den kleinsten $p = 2$; dus is de snelheid van den 100e bol door tusschenkomst der anderen $\left(\frac{2}{p+1}\right)^{99} . S. = (\frac{1}{3})^{99}$ als men van den grootsten bol begint en $= (\frac{2}{3})^{99} . S$ als men van den kleinsten bol begint.

LXXVII.

LXXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, *en* G. FIKKEN.

Als p, q, r, s &c. de coëfficienten eener vergelyking betekenen, te weten: p de coëfficient des tweeden terms, q die des derden terms &c. Voorts a de ſom van alle de wortels, b de ſom van de quadraten der wortels, c die der cuben &c., dan is, volgens de *Arithmetica Univerſalis* van NEWTON

$$p = a$$
$$p^2 - 2q = b$$
$$bp - pq + 3r = c$$
$$cp - qb + pr - 4s = d$$
$$pd - qc + br - ps + 5t = e$$

Daar nu ieder quadraat, als mede ieder magt, welk van de exponent effen is, poſitif is, zoo volgt dat ook de ſom van de quadraaten, als ook de ſom van andere machten, wank van de exponent effen is, poſitif zyn moet, dan is de ſom der quadraten van alle de wortels groter dan de quadraat van ieder; insgelyks de ſom der vierde machten groter dan de vierde macht van ieder wortel alleen enz. met alle effene machten, dus is de grootſte wortel der equatie altoos kleiner dan de quadraatwortel uit de ſom der quadraten, zy is ook kleiner dan de wortel des vierden graads uit de ſom der vierde machten, maar hoe hooger de machten zyn, uit welker ſom de wortel getrokken wordt, des te kleiner zyn de wortels, als $\sqrt{a^2 + b^2} > a$

en $\sqrt[4]{a^4 + b^4} > a$

maar het verſchil tuſſchen $\sqrt[4]{a^4 + b^4}$ en a is kleiner dan het verſchil tuſſchen $\sqrt{a^2 + b^2}$ en a, insge-

gelyks is $\sqrt[6]{a^6+b^6} < \sqrt[4]{a^4+b^4}$

$\sqrt[8]{a^8+b^8} < \sqrt[6]{a^6+b^6}$.

enz. enz.

het welk men ligt zien kan wanneer men deze uitdrukkingen tot gelyke wortelteekens brengt; hier uit blykt dus hoe men de limiet der grootſte wortel in eene equatie vinden kan.

Als men tuſſchen de ſom der quadraten en de ſom der vierde machten van de wortelen eene middenevenredige zoekt, zoo is deze iets groter dan de ſom der cuben der wortelen, wanneer zy alle met het teeken + verbonden zyn; want $(a^2+b^2) \times (a^4+b^4) = a^6 + a^2b^4 + a^4b^2 + b^6$, dus is de middenevenredige $\sqrt{(a^6 + a^2b^4 + a^4b^2 + b^6)}$

maar $a^3 + b^3 = \sqrt{(a^6 + 2a^3b^3 + b^6)}$

echter is $a^2b^4 + a^4b^2 = a^2b^2(a^2 + b^2)$

en $2a^3b^3 = a^2b^2(2ab)$

daar nu $a^2 + b^2 > 2ab$ is (het geval van $a = b$ uitgezonderd) zoo is

$$\sqrt{(a^6 + a^2b^4 + a^4b^2 + b^6)} > a^3 + b^3.$$

Voorts de halve ſom van bovengemeld middenevenredige en der cuben onder haar eigen teeken is > dan de ſom der cuben van de poſitieve wortels, maar het halve verſchil dezer grootheden is grooter dan de ſom der cuben van de negatieve wortels; om dit te bewyzen ſtelle men gemelde middenevenredige $= f^3$; laat de wortelen zyn a, en $-b$, dan is de ſom der cuben onder haar eigen teeken $a^3 - b^3$, dus is genoemde halve ſom $= \frac{1}{2}f^3 + \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{2}b^3$, en het gemelde halve verſchil $= \frac{1}{2}f^3 - \frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{2}b^3$; maar $f^3 > a^3 + b^3$ (bewezen) dus $\frac{1}{2}f^3 + \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{2}b^3 > \frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{2}b^3 + \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{2}b^3 > a^3$

waar uit volgt dat de grootſte poſitieve wortel kleiner is dan de cubiekwortel uit genoemde halve ſom, en dat de grootſte negatieve wortel kleiner is dan de cubiekwortel uit gemelde halve verſchil.

Uit

Uit dit alles heeft men de volgende regel om de limieten der wortels eener vergelyking te vinden, die noch de grootſte poſitieve noch de grootſte negatieve wortel overtreft; zy is: tuſſchen de ſom der quadraten en de ſom der vierde machten der wortelen zoekt men de middenevenredige, hier by addere, of ſubſtrahere men de ſom der cuben onder haar eigen teeken, de rest en ſom dividere men door twee, en trekke uit dezelve de cubiekwortelen, dan zal de eerſte altoos grooter zyn dan de grootſte poſitieve wortel en de laatſte grooter dan de grootſte negatieve wortel der vergelykinge

$$\text{byv. } x^4 - s^3 - 19x^2 + 49x + 30 = 0$$

$$\text{dan is } p = 1,\ q = 19,\ r = 49,\ s = 30$$

$$\text{dus } a = 1$$
$$b = p^2 - 2q = 39.$$
$$c = bp - pq + 3r = -89.$$
$$d = pc - qb + pr - 4s = 723.$$

De middenevenredige tuſſchen 39 en 723 is byna 168, dus

$$\frac{168 - 89}{2} = 39{,}5 \text{ en } \sqrt[3]{39{,}5} = 3{,}5.$$

$$\frac{168 + 89}{2} = 128{,}5 \text{ en } \sqrt[3]{128{,}5} = 5{,}5.$$

dus de grootſte poſitieve wortel iets kleiner dan 3,5 en de grootſte negatieve wortel iets kleiner dan 5,5.

Maar zoekt men een middenevenredige tuſſchen de ſom der vierde en negende machten, zoo zal de halve ſom hier van en de ſom der zeſde machten onder hun eigen teekens grooter zyn dan de vyfde macht van de grootſte poſitieve wortel, en zoo zyn ook de halve verſchillen grooter dan de vyfde machten der grootſte negatieve wortels, dus de wortel des vyfden graads uit gemelde half verſchil en ſom geven de limieten nog nader dan het vorige.

LXXVIII.

LXXVIII. VOORSTEL.

Door A. HARREBOMÉE, *den* OPGEVER, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR, P. HAGE, P. JÖFFER, R. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, J. SCHUITEMAKER, S. VAN DER PAAUW, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel de getallen x en y

dan is $(x^2 + 2xy + y^2)\,y = 700$

en $(x^2 + y^2)\,y = 58y$ afg.

$2xy^2 = 700 - 58y$

$x = \frac{350 - 29y}{y^2}$.

$x^2 = \frac{122500 - 20300y + 841y^2}{y^4}$

$y^2 = \frac{y^6}{y^4}$

$x^2 + y^2 = \frac{16y^6 + 122500 - 20300y + 841y^2}{y^4}$.

$x^2 + y^2 = 58$, dus

$y^6 - 58y^4 + 841y^2 - 20300y + 122500 = 0$

hier uit vindt men $y = 7$

waar door $x = 3$.

LXXIX.

LXXIX. VOORSTEL.

Door E. G. A. DE LELIE, *den* OPGEVER, P. A. DURREE, J. SCHUITEMAKER, S. VAN DER PAAUW, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, W. J. VAN WYK, A. L. HECTOR, P. HAGE, P. JÖFFER, A. HARREBOMÉE, *en* T. J. ARENDSEN.

Stel de getallen $8 + y$ en $8 - y$, dan is volgens het Voorstel

$$1408 + 54y^2 = 1624$$
$$704 + 27y^2 = 812$$
$$27y^2 = 108$$
$$y^2 = 4$$
$$y = 2$$

dus de getallen 10 en 6.

LXXX. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, P. HAGE, S. VAN DER PAAUW, P. JÖFFER, F. G. A. DE LELIE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. HARREBOMÉE, W. J. VAN WYK, J. SCHUITEMAKER, *en* P. A. DURREE.

Stel x en y voor de getallen.

dus

dus $xy = 1073$ $x^2 - 4y = 1253$

$4xy = 4292$ $4y = x^2 - 1253$

$x^3 - 1253x = 4292$ $4y = 436$ of

$x = 37$ of $-18\frac{1}{2} \pm \sqrt{226\frac{1}{4}}$ $= -684\frac{1}{2} + 37\sqrt{226\frac{1}{4}}$

$y = 29$

of $= -171\frac{1}{2} + 9\frac{1}{4}\sqrt{226\frac{1}{4}}$

LXXXI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, P. JÖFFER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE, P. A. DUREGE, W. J. VAN WYK, P. HAGE, F. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, A. MARESBOMÉE, T. J. KERKHOVEN, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel de getallen $x + rx + r^2x = 21$

dus $x = \frac{21}{1 + r + r^2}$

dan is $r^4x^3 - x^3 = 135$

$x = \frac{21}{r^2 + r + 1}$ hier in gebragt

komt $\frac{441(r^4 - 1)}{(r^2 + r + 1)^3} = 135$

9

$49(r^4 - 1) = 15(r^2 + r + 1)^2$

of $34r^4 - 30r^3 - 45r^2 - 30r - 64 = 0$

waar

waar uit men vindt $r = 2$.

dus $s = \frac{21}{r^2+r+1} = 3$;

$rs = 6$ en $r^2 s = 18$

de gevraagde getallen.

LXXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, A. F. DE PAUW, *en* G. PIJKEN.

Stel de getallen $= 2a^2b - b^2$,

en $4a^2b - 4b^2$

en hun som $= x^2$,

dan heeft men:

$a^4 - 2a^2b + b^2 = (a^2 - b)^2 = \square$

en $a^4 - 4a^2b - 4b^2 = (a^2 - 2b)^2 = \square$,

blyft alleen over dat

$6a^2b - 5b^2 = \square$ moet zyn

dat is $(6b-1)a^2 = 5b^2$.

$a^2 = \frac{5b^2}{6b-1} = \square$.

dus ook $(6b-1)5 = \square$; ſtel de $= p^2$

dan is $(6b-1)5 = p^2$

of $b = \frac{p^2+5}{30}$

Neem $p=2$, dan is $b=\frac{1}{10}$ en $b^2=\frac{1}{100}$

waar door de getallen $=\frac{99 \text{ en } 126}{400}$

LXXXIII. VOORSTEL.

Door J. E. KALKHOFF, H. G. WIELAGE Jr., *den* OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, A. F. DE RAUW, J. R. SCHMIDT, G. FIKKEN, *en* P. A. DUPREZ.

Stel de beide regthoekszyden $=x$ en y

zoo is $\frac{xy(x-y)}{2}=\square=m^2x^2$

$$x=\frac{y^2}{y-2m^2}$$

Stel nu $m=1$, $y=3$, zoo is $x=9$ en $\frac{xy(x-y)}{2}$ $=81=\square$.

LXXXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, P. A. DUREGE, G. VAN DER PAAUW, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, R. JÖFFER, F. G. A. DE LELIE, G. FIKKEN, *en* T. J. KERKHOVEN.

$$xy^2 = 108$$
$$x^3z^4 = 3456$$
$$x^6z^6 = 23328$$

$$x^9z^9 = 3456 \times 23328$$

$$\sqrt[3]{}$$

$$x^3z^3 = 432$$
$$x^3z^4 = 3456$$

dus $z = 8$

$$x = \tfrac{1}{4}\sqrt[3]{2}$$
$$12$$

$$y = \sqrt[6]{2}$$

LXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, S. VAN DER PAAUW, A. HARREBOMÉE, F. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, P. HAGE, P. JÖFFER, J. ROOSEKRANS, W. J. VAN WYK, G. FIKKEN, J. SCHUITEMAKER, *en* T. J. KERKHOVEN.

$f\,4\frac{1}{2} : f\,5 = 100 : x$, komt $111\frac{1}{9}$

$$\begin{array}{ccccc} & & & & 100 \\ m & & m & & \\ 8 & : & 12 & = & 11\frac{1}{9} : x \end{array}$$

komt $16\frac{2}{3}$ pct.

$$\begin{array}{ccccc} & & & & 8\frac{1}{2} \\ m. & & m. & & \\ 12 & : & 10 & = & 25\frac{1}{6} : x \end{array}$$

komt $20\frac{35}{36}$ pct.

$$\begin{array}{ccccc} & & & & 100 \\ 100 & : & 120\frac{35}{36} & = & f\,4\frac{1}{2} : x \end{array}$$

komt f 5. 8. 14.

LXXXVI.

LXXXVI. VOORSTEL.

Door S. VAN DER PAAUW, *den* OPGEVER, P. JÖFFER, P. HAGE, J. ROOSEKRANS, W. J. VAN WYK, A. L. HECTOR, G. FIKKEN, F. G. A. DE LELIE, J. SCHUITEMAKER, A. HARREBOMÉE, *en* T. J. KERKHOVEN.

f 33
$27\frac{1}{2}$

$27\frac{1}{2} : 5\frac{1}{2} = 100$: komt 20 pct.
10 : 12 = 20 : komt 24 pct.
8 : 12 = 20 —— 30 —

zynde dus 6 pct. meer.

LXXXVII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, A. HARREBOMÉE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., F. G. A. DE LELIE, W. J. VAN WYK, G. FIKKEN, *den* OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, P. JÖFFER, J. SCHUITEMAKER, P. A. DUREGE, P. HAGE, *en* S. VAN DER PAAUW.

Stelt x en $x+a$ voor de getallen,

dan is $\frac{b}{x} - \frac{b}{x+a} = \frac{a}{c}$

$ab = cx^2 + cax$

$x^2 + ax = \frac{ab}{c}$

$x = -\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + \frac{ab}{c}}$

gegeven $a=8$, $b=6900$, $c=1604$, zoo is $x=15$ en $x+a=23$; of $x=-23$ en $x+a=-15$.

LXXXVIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, W. J. VAN WYK, P. HAGE, A. HARREBOMÉE, G. FIKKEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., F. G. A. DE LELIE, J. ROOSEKRANS, S. VAN DER PAAUW, J. SCHUITEMAKER, P. JÖFFER, *en* P. A. DUREGE.

1e kind.	2e kind.	3e kind.	4e kind.
f 360	f 350	f 350	f 340
3	3	3	3
1080	1650	1050	1020
480	450	550	520
600	600	500	500

Nu moet ieder kinds geld van dat der moeder af-

men ſtelle $ma = b$, dan is $a = \frac{b}{m}$

dus $Cos.\, b \pm Sin.\, b \cdot \sqrt{-1} = (Cos.\frac{b}{m} \pm Sin.\frac{b}{m}.\sqrt{-1})^m$

en $\sqrt[m]{(Cos.\, b \pm Sin.\, b.\sqrt{-1})} = Cos.\frac{b}{m} \pm Sin.\frac{b}{m}.\sqrt{-1}$

men ſtelle $Cos.\, b = 1$, dan is $Sin.\, b = 0$; en $b = 2n\pi$. (zynde π de halve omtrek eens cirkels welks radius 1 is) dus 1e. $\sqrt[m]{1} = Cos.\frac{2n\pi}{m} \pm Sin.\frac{2n\pi}{m}.\sqrt{-1}$

men ſtelle $Cos.\, b = -1$; dan is $Sin.\, b = 0$; en $b = (2n+1)\pi$

dus 2e. $\sqrt[m]{-1} = Cos.\frac{(2n+1)\pi}{m} \pm Sin.\frac{(2n+1)\pi}{m}.\sqrt{-1}$.

Voorbeelden.

Om de vergelyking $x^5 - 1 = 0$ optelosſen heeft men $m = 5$, dus $\sqrt[5]{1} = Cos.\frac{2}{5}n\pi \pm Sin.\frac{2}{5}n\pi\sqrt{-1}$;

neem voor n ſuccesſivelyk 0, 1, en 2; (π verbeeld de halven omtrek of 180 graden), zoo heeft men

voor $n = 0$, $\sqrt[5]{1} = 1$

voor $n = 1$, $\sqrt[5]{1} = Cos.\, 72^\circ \pm Sin.\, 72^\circ\sqrt{-1}$

voor $n = 2$, $\sqrt[5]{1} = Cos.\, 144^\circ \pm Sin.\, 144\sqrt{-1}$

maar $Cos.\,72° = \frac{1}{4}(-1+\sqrt{5})$

$Sin.\,72 = \frac{1}{4}\sqrt{(10+2\sqrt{5})}$

$Cos.\,144 = -\frac{1}{4}(1+\sqrt{5})$

$Sin.\,144 = \frac{1}{4}\sqrt{(10-2\sqrt{5})}$

dus $x = 1$

$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{(10+2\sqrt{5})}.\sqrt{-1}$$

$$x = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{(10-2\sqrt{5})}.\sqrt{-1}$$

de vyf wortels van de voorgeſtelde vergelyking.

Om de vergelyking $x^6+1=0$ op te losſen heeft men $m=6$, dus $\sqrt[6]{-1} = Cos.\frac{2n+1}{6}\pi + Sin.\frac{2n+1}{6}\pi\sqrt{-1}$

neem voor n ſucceſſivelyk 0, 1, en 2, dan heeft men

$$\sqrt[6]{-1} = Cos.\ 30° + Sin.\ 30°\sqrt{-1}.$$

$$\sqrt[6]{-1} = Cos.\ 90° + Sin.\ 90°\sqrt{-1}.$$

$$\sqrt[6]{-1} = Cos.\ 150° + Sin.\ 150°\sqrt{-1}.$$

nu is $Cos.\ 30 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $Sin.\ 30° = \frac{1}{2}$

$Cos.\ 90 = 0$, $Sin.\ 90 = 1$

$Cos.\ 150 = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $Sin.\ 150 = \frac{1}{2}$

$$\text{dus } x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{-1}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{-1}}{2}$$

$$x = \sqrt{-1}$$
$$x = -\sqrt{-1}$$
$$x = \frac{-\sqrt{3}+\sqrt{-1}}{2}$$
$$x = \frac{-\sqrt{3}-\sqrt{-1}}{2}$$

de zes wortels van de eerste vergelyking.

Vermits elk van deze wortels de zesde magtswortel uit -1 is, zoo moet niet alleen hun product maar ook de zesde magt van elk derzelve -1 opleveren.

XCI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, W. J. VAN HEMERT, A. F. DE PAUW, *en* J. R. SCHMIDT.

De opgegevene vergelyking geeft vooreerst

$$s^m = Cos.\ b \pm Sin.\ b \cdot \sqrt{-1}$$

vervolgens

$$s = \sqrt[m]{(Cos.b \pm Sin.b\sqrt{-1})} \cdot \sqrt[m]{1}$$
$$= \left(Cos.\frac{b}{m} + Sin.\frac{b}{m}\sqrt{-1}\right)\left(Cos.\frac{2n\pi}{m} + Sin.\frac{2n\pi}{m}\sqrt{-1}\right)$$
$$= Cos.\frac{b}{m}.Cos.\frac{2n\pi}{m} + Sin.\frac{b}{m}.Sin.\frac{2n\pi}{m}$$
$$\pm\left(Sin.\frac{b}{m}.Cos.\frac{2n\pi}{m} \pm Cos.\frac{b}{m}.Sin.\frac{2n\pi}{m}\right)\sqrt{-1}$$
$$= Cos.\frac{2n\pi \pm b}{m} \pm Sin.\frac{2n\pi \pm b}{m}\cdot\sqrt{-1}$$

waar-

waarin al de wortels van de vergelyking begreepen zyn, nemende voor n succesſivelyk 0, 1, 2, &c. tot $\frac{m-1}{2}$ ingeſloten.

CXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, W. J. VAN HEMERT, J. R. SCHMIDT, *en* A. F. DE PAUW.

Stel in de uitdrukkingen van het voorgaand Voorſtel $x+b$ in plaats van b, zoo heeft men voor de wortel van de vergelyking

$$x^{2m}+2x^m Cos.\, b+1=0,$$

$$x=Cos.\frac{(2n+1)\pi\pm b}{m}+Sin.\frac{(2n+1)\pi\pm b}{m}.\sqrt{-1}$$

CXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. F. DE PAUW, J. R. SCHMIDT, *en* W. J. VAN HEMERT.

Stel $x=A+B.\,Tang.\,x+C\,Tang.\,x^2+$&c.
dan heeft men, door x van teeken te veranderen

$$-x=A-B\,Tang.\,x+C.\,Tang.\,x^2-\text{&c.}$$

dus $0=A+C\,Tang.\,x^2+E\,Tang.\,x^4+$&c.

dus $A=C=E=$&c.$=0$

ſtel daarom:

$$x=aT.\,s+bT.\,x^3+cT.\,x^5+\text{&c.}$$

zoo is

$$y = aT.y + bT.y^3 + cT.y^5 + \&c.$$

$$\frac{x-y}{T.x-T.y} = a + b(T.x^2 + T.x.T.y + T.y^2) + \&c.$$

maar $T.x - T.y = \frac{Sin.x}{Cos.x} - \frac{Sin.y}{Cos.y}$

$$= \frac{Sin.x.Cos\ y - Cos.x.Sin.y}{Cos.x.Cos.y}$$

$$= \frac{Sin.(x-y)}{Cos.x.Cos.y}$$

dus $Cos.x.Cos.y.\frac{x-y}{Sin.(x-y)} = a + b(T.x^2 + \&c.) + \&c.$

Laat $x = y.zyn$, dan is $\frac{x-y}{Sin.(x-y)} = 1$, dus

$$Cos.x^2 = a + 3b.T.x^2 + 5c.T.x^4 + \&c.$$

maar $Cos.x^2 = \frac{1}{Sin.x^2} = \frac{1}{1+T.x^2}$

$$= 1 - T.x^2 + T.x^4 - \&c.$$

dus $a = 1$, $b = -\frac{1}{3}$, $c = \frac{1}{5}$, $d = -\frac{1}{7}$, &c.

en $y = T.x - \frac{1}{3}T.x^3 + \frac{1}{5}T.x^5 - \frac{1}{7}T.x^7 + \&c.$

waar door het Voorſtel opgelost is.

Aan-

Aanmerking. Om door deze reeks de omtrek van den cirkel te berekenen, kan men te werk gaan als volgt:

Stel $x = 45^\circ - y$, dan is

$$Tang.x = \frac{1 - Tang.y}{1 + Tang.y}, \text{ dus}$$

$$45^\circ - y = \frac{1 - T.y}{1 + T.y} - \tfrac{1}{3}\left(\frac{1 - T.y}{1 + T.y}\right)^3 + \&c.$$

maar door het Voorstel heeft men

$$y = T.y - \tfrac{1}{3}T.y^3 + \tfrac{1}{5}T.y^5 - \&c.$$

dus $45^\circ = T.y - \tfrac{1}{3}T.y^3 + \tfrac{1}{5}T.y^5 - \&c.$

$$+ \frac{1 - T.y}{1 + T.y} - \tfrac{1}{3}\left(\frac{1 - T.y}{1 + T.y}\right)^3 + \tfrac{1}{5}.\ \&c.$$

in welke uitdrukking $T.y$ naar welgevallen genomen kan worden, zonder echter voor den boog van 45 graden, verschillende waarden op te leveren; neem byv. $Tang.y = \frac{1}{2}$, zoo heeft men

$$45^\circ. = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{3}.(\frac{1}{2})^3 + \frac{1}{5}(\frac{1}{2})^5 - \&c. \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(\frac{1}{3})^3 + \frac{1}{5}(\frac{1}{3})^5 - \&c. \end{cases}$$

XCIV. VOORSTEL. *Fig.* 10.

Door J. R. SCHMIDT *en* A. F. DE PAUW.

Men trekke PQ, en PM ⊥ BQ.

Stel

Stel BQ $= a$, BP $= b$, PQ $= c$, BM $= d$, en ſtel dat de lyn BE, ſnydende PQ in R, aan het Voorſtel voldoe, PR zy $= x$ dan is RQ $= c - x$, $\angle$ BPQ $= p$, $\angle$ BRP $= q$, dan heeft men

$$BR : BP = Sin.p : Sin.q = \frac{b\,Sin.p}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$r : Sin.q = PR : PF = \frac{bx\,Sin.p}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$r : Sin.q = QR : QE = \frac{b(c-x)\,Sin.p}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$FR = \sqrt{PR^2 - PF^2} = \frac{x(x - b\,Cos.p)}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$RE = \sqrt{QR^2 - QE^2} = \frac{(c-x)(x - b\,Cos.p)}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$BF = RB - FR = \frac{b(b - x\,Cos.p)}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

$$BE = RR + RE = \frac{b^2 + cx - b(c+x)\,Cos.p}{\sqrt{(b^2 + x^2 - 2bx\,Cos.p)}}$$

Nu moet zyn:

$BF \times PF = BE \times QE$, dus

$b^2(b - x\,Cos.p)\,x\,Sin.p =$

$(b^2 +$

$$(b^2+cx-b(c+x)\,Cos.p)\,b(c-x)\,Sin.p$$

of $x^2(2bCos.p-c)+x(c^2-2b^2)=$
$$-b^2c+bc^2\,Cos.p$$

ſtellende nu in plaats van $Cos.p$ deszelfs waarde $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, zoo heeft men

$$x^2\left(\frac{b^2-a^2}{c}\right)+x(c^2-2b^2)=\frac{c(c^2-b^2-a^2)}{2}$$

of $x^2-x.\frac{c(c^2-2b^2)}{a^2-b^2}=\frac{c^2(a^2+b^2-c^2)}{2(a^2-b^2)}$.

maar $c^2=a^2+b^2-2ad$, dus

$$x^2-x.\frac{c(a^2-b^2-2ad)}{a^2-b^2}=\frac{adc^2}{a^2-b^2}.$$

Men neme m vierde evenredig tot a, $a+b$, en $a-b$, en dus $am=a^2-b^2$, waar door

$$x^2-\frac{c}{m}(m-2d)x=\frac{dc^2}{m}$$

en dus

$$x=\frac{c}{2m}\left(m-2d\pm\sqrt{m^2+4d^2}\right)$$

Laat nu n de hypothenuſe zyn van een regthoekigen Δ, wiens regthoekszyden zyn m en $2d$, dan is

$$x=$$

$$x = \frac{c}{2m}(m - 2d \pm n)$$

Nu wordt $x = PR$ gevonden door dezelve te nemen vierde evenredig tot $2m$, c en $m - 2d + n$, waar door dan het punt R bepaald is, en de lyn BE getrokken kan worden.

Aanmerking. De proportie

$$2m : c = m - 2d - n : x$$

zal een ander punt R′ in het verlengde van QP bepalen, waar door de lyn BE kan getrokken worden, en welke eene tweede oplosſing van het voorſtel geeft.

XCV. VOORSTEL. *Fig.* 11.

Door den OPGEVER, P. A. DUREGE, J. R. SCHMIDT, *en* A. L. HECTOR.

Deel PQ in de gegevene reden, in D, en trek de regte BD, dan is het begeerde verrigt; want uit de gelykvormige driehoeken PDF en QDE heeft men PF : QE = PD : QD, zoo als vereischt wordt.

XCVI. VOORSTEL. *Fig.* 11.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, *en* A. L. HECTOR.

Beſchryf op PQ als diameter eenen halven cirkel en ſtel daarin de koorde PC gelyk aan de gegevene ſom van PF en QE; trek QC, en evenwydig aan

dezelve de regte BD, dan is het begeerde verrigt; want QE = CF, dus QE + PF = PC.

XCVII. VOORSTEL. *Fig.* 11.

Door den OPGEVER, *en* J. R. SCHMIDT.

Laat BD de regte PQ ſnyden in D, en trek BR loodregt tot PQ; dan zyn de △△ RDB, PDF en QDE gelykhoekig; ſtel BR = r, RP = p, RQ = q, RD = x, en $PF^2 + QE^2 = a^2$; dan is

$$BD:BR = PD:PF = PD.\frac{BR}{BD}$$

$$= QD:QE = QD.\frac{BR}{BD}.$$

dus $(PD^2 + QD^2)\frac{BR^2}{BD^2} = a^2$

maar PD = $x - p$, QD = $q - x$, en $BD^2 = r^2 + x^2$

dus $(2x^2 - 2px - 2qx + p^2 + q^2)r^2 = a^2(r^2 + x^2)$

of $(2r^2 - a^2)x^2 = 2(p+q)r^2x + a^2r^2 - (p^2+q^2)r^2$

maak $g = \frac{2r^2 - a^2}{p+q}$ en $f = \frac{p^2+q^2-a^2}{p+q}$

dan is $gx^2 = 2r^2x - r^2f$

maak $h = \frac{r^2}{g}$, zoo is

$$x^2 = 2hx - hf$$

$$x = h \pm \sqrt{h(h-f)}$$

waar

waar door $s = RD$ gevonden en de regte BD getrokken kan worden.

XCVIII. VOORSTEL. *Fig.* 12.

Door BESTUURDERS, J. R. SCHMIDT, *en* A. L. HECTOR.

OPLOSSING.

1e. Deel den perpendiculair AC in twee gelyke deelen, in F; en trek FO paralel aan AB.

2e. Deel den regten hoek CFO in twee gelyke deelen door de lyn FI.

3e. Trek uit C, loodregt op FI, de lyn CG; en deel FG in twee gelyke deelen, in H.

4e. Beſchryf uit G als brandpunt, door H als toppunt, een parabool CHD. — Zoo men dan uit eenig punt D van deze parabool eene loodlyn laat vallen op de voorgegevene lyn AB, als DE, zal altoos de regthoek uit AE en DE gelyk zyn aan de helft van het vierkant op de lyn DC.

BEWYS.

Om dit te bewyzen make men deze bereiding: men trekke DI loodregt op FI; IL op FO; DM op IL; en CN op DE of deszelfs verlengde. — Verder merke men aan dat de drieboeken CGF, ILF, en IMD, alle gelykbeenig zyn, en eenen regten hoek in den top bezitten; en dat bygevolg de quadraten der regthoekszyden ieder de helft zyn van het quadraat op de ſchuinſche zyde. — Men ſtelle kortheidshalve den perpendiculair $AC = p$; en de abscis $HI = s$: dan gaat het bewys dus voort:

$CF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}p.$ (*Opl.* 1.)

dus $CF^2 = \frac{1}{16}pp.$

of $FG^2 = \frac{1}{8}pp.$

en $FG = \frac{1}{4}p\sqrt{2}.$

dus $HG = \frac{1}{8}p\sqrt{2}$ (*Opl.* 3.)

maar $HI = a$

dus $HG \times HI = \frac{1}{8}ap\sqrt{2}.$

of $4HG \times HI = \frac{1}{2}ap\sqrt{2}.$

maar $4HG \times HI = DI^2.$ (*Floryn.* §. 16.)

dus $DI^2 = \frac{1}{2}ap\sqrt{2}.$

en $IM^2 = DM^2 = \frac{1}{4}ap\sqrt{2}.$

en $IM = DM = \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

Verder $FH = HG = \frac{1}{8}p\sqrt{2}.$

By $HI = a$

komt $FI = a + \frac{1}{8}p\sqrt{2}.$

en $FI^2 = aa + \frac{1}{4}ap\sqrt{2} + \frac{1}{32}pp.$

dus $IL^2 = FL^2 = \frac{1}{64}pp + \frac{1}{8}ap\sqrt{2} + \frac{1}{8}aa.$

of $IL = FL = \frac{1}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2}.$

maar $IM = DM = \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

som $AE = \frac{1}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

versch. $ML = \frac{1}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

maar $AF = FC = \frac{1}{2}p.$

som $DE = \frac{5}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

versch. $DN = \frac{1}{8}p - \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

Als

Als men nu neemt de som der quadraten van

$CN = AE = \frac{1}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

en $DN = \frac{3}{8}p - \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

zal men vinden:

$CD^2 = \frac{10}{64}pp + aa + \frac{1}{4}ap\sqrt{2} + \frac{1}{4}p\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

En wanneer men neemt het product

van $AE = \frac{1}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

en $DE = \frac{5}{8}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

zal men vinden:

$AE \times DE = \frac{5}{64}pp + \frac{1}{2}aa + \frac{1}{8}ap\sqrt{2} + \frac{1}{4}p\sqrt{ap\sqrt{2}}.$

Bygevolg de regthoek uit AE en DE gelyk de helft van het vierkant op CD.

XCIX. VOORSTEL. *Fig.* 13.

Door BESTUURDERS, *en* J. R. SCHMIDT.

OPLOSSING.

1e. Deel den perpendiculair AC in F, zoo dat CF gelyk zy aan het derde gedeelte van AC.

2e. Verleng den perpendiculair AC naar boven tot in R, zoo dat CR gelyk zy aan AC.

3e. Beschryf op FR een vierkant FRQP; en trek de diagonalen FQ en RP, elkander snydende in S.

4e. Beschryf op de halve diagonaal FS als middellyn een halve cirkel FWS.

5e. Trek door het punt C, loodregt tot FS, de lyn CG, ontmoetende den omtrek des halven cirkels in W.

6e. Trek FW en SW; en neem op de diagonaal FQ, het ſtuk ST gelyk SH gelyk SW; en op de diagonaal RP, het ſtuk SU gelyk SV gelyk FW.

7e. Eindelyk, beſchryf op HT als eerſte en VU als tweede as een ellips CHUTV. — Zoo men dan uit eenig punt D van deze ellips eene loodlyn laat vallen op de voorgegevene lyn AB, als DE, en trekt CD, zal altoos de regthoek uit AE en DE gelyk zyn aan het vierkant op CD.

BEWYS.

Om dit te bewyzen make men de volgende bereiding: men trekke DI loodregt op HT; IL op FP; DM op IL; en CN op DE. — Verder merke men aan dat de driehoeken CFG, ILF, en IMD, alle gelykbeenig zyn; regthoekig in G, L, en M; en dat bygevolg de quadraten der regthoekszyden ieder de helft zyn van het quadraat op de ſchuinſche zyde. — Kortheidshalve ſtelle men $AC = p$, en $SI = a$: dan gaat het bewys dus voort:

$CF = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3}p$. (*Opl.* 1.)

dus $CF^2 = \frac{1}{9}pp$.

en $FG^2 = \frac{1}{18}pp$.

en $FG = \frac{1}{6}p\sqrt{2}$.

maar $FC : FG = CR : GS$ (*v. Sw.* 4 *b.* 1 V.)

$= \quad = \quad =$

dus $\frac{1}{3}p : \frac{1}{6}p\sqrt{2} = p : GS$

dus $GS = \frac{1}{2}p\sqrt{2}$. gevoegd

by $FG = \frac{1}{6}p\sqrt{2}$.

komt $FS = \frac{2}{3}p\sqrt{2}$.

maar $FS : WS = WS : GS$. (*v. Sw.* 5 *b.* 5 V. 2 *g.*)

$= \quad =$

dus $\frac{2}{3}p\sqrt{2} : WS = WS : \frac{1}{2}p\sqrt{2}$

dus

dus $WS^2 = \frac{2}{3} pp$

en $WS = HS = \frac{1}{3} p\sqrt{6}$. (*Opl.* 6.)

maar $WS^2 : WF^2 = GS : FG$. (*v. Sw.* 5 *b.* 5 V. 2 *g.*)

$= \quad = \quad = \quad =$

dus $HS^2 : SV^2 = \frac{1}{2} p\sqrt{2} : \frac{1}{6} p\sqrt{2}$.

$= 3 \quad : 1$

verder $HS = ST = \frac{1}{6} p\sqrt{6}$

by en af $SI = a$

komt $HI = \frac{1}{6} p\sqrt{6} + a$,

en $IT = \frac{1}{6} p\sqrt{6} - a$.

dus $HI \times IT = \frac{2}{3} pp - aa$.

maar $HS^2 : SV^2 = HI \times IT : DI^2$. (*Fl.* § 101.)

$= \quad = =$

of $3 : 1 = \frac{2}{3} pp - aa : DI^2$.

dus $DI^2 = \frac{2}{9} pp - \frac{1}{3} aa$,

en $IM^2 = DM^2 = \frac{1}{9} pp - \frac{1}{6} aa$.

en $IM = DM = \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$,

maar $FS = \frac{1}{3} p\sqrt{2}$

en $SI = a$

dus $FI = a + \frac{2}{3} p\sqrt{2}$

en $FI^2 = aa + \frac{4}{3} ap\sqrt{2} + \frac{2}{9} pp$.

dus $IL^2 = LF^2 = \frac{4}{9} pp + \frac{2}{3} ap\sqrt{2} + \frac{1}{2} aa$

en $IL = FL = \frac{2}{3} p + \frac{1}{2} a\sqrt{2}$.

maar $IM = DM = \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$.

fom $AE = \frac{2}{3} p + \frac{1}{2} a\sqrt{2} + \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$.

verſ. $ML = \frac{2}{3} p + \frac{1}{2} a\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$

byg. $AF = \frac{2}{3}p$

dus $DE = \frac{4}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$

afg. $AC = p$

dus $DN = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$.

Als men nu neemt de ſom der quadraten van

$CN = AE = \frac{2}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$,

en $DN = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$,

zal men vinden:

$CD^2 = \frac{7}{9}pp + \frac{2}{3}aa + ap\sqrt{2} + \frac{1}{9}p\sqrt{4pp - 6aa}$.

En wanneer men neemt het product van

$AE = \frac{2}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$,

en $DE = \frac{4}{3}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \frac{1}{6}\sqrt{4pp - 6aa}$,

zal men vinden:

$AE \times DE = \frac{7}{9}pp + \frac{2}{3}aa + ap\sqrt{2} + \frac{1}{9}p\sqrt{4pp - 6aa}$.

By gevolg de regthoek uit AE en DE gelyk het vierkant op CD.

C. VOORSTEL. *Fig.* 14.

Door BESTUURDERS, *en* J. R. SCHMIDT.

OPLOSSING.

1e. Deel den perpendiculair AC in F, zoo dat AF gelyk zy aan het vyfde gedeelte van AC.

2e.

2e. Verleng den perpendiculair AC naar beneden tot in R, zoo dat AR gelyk zy aan het derde gedeelte van AC.

3e. Beſchryf op FR een vierkant FRQP; en trek de diagonalen FQ en RP, elkander ſnydende in S.

4e. Trek CG loodregt op de verlengde diagonaal QFG; en beſchryf op SG als middellyn een halven cirkel SWG.

5e. Rigt op SG in het punt F een loodlyn FW, ontmoetende den omtrek des halven cirkels in W; en trek SW.

6e. Neem op de diagonaal FQ, het ſtuk ST gelyk SH gelyk SW; en op de diagonaal RP, het ſtuk SU gelyk SV gelyk FW.

7e. Eindelyk, beſchryf op HT als eerſte, en VU als tweede as, de overſtaande Hyperboolen CHX en YTZ. — Zoo men dan uit eenig punt D van deze Hyperboolen eene loodlyn laat vallen op de voorgegevene lyn AB, als DE, en trekt CD, zal altoos de regthoek uit AE en DE gelyk zyn aan het achtſte gedeelte van het vierkant op de lyn CD.

BEWYS.

Om dit te bewyzen make men de volgende bereiding: men trekke DI loodregt op TH; IL op FP; DM op IL, en CN op DE, alle zoo het noodig is verlengd. — Verder merke men aan dat de regthoekige driehoeken CFG, ILF, en IMD gelykbeenig zyn; en dat bygevolg de quadraten der regthoekszyden ieder de helft zyn van het quadraat op de ſchuinſche zyde. — Men ſtelle kortheidshalve den perpendiculair $AC = p$; en $SI = a$: dan gaat het bewys dus voort:

$CF = \frac{4}{5}AC = \frac{4}{5}p$. (*Opl.* 1.)
dus $CF^2 = \frac{16}{25}pp$.
en $FG^2 = \frac{8}{25}pp$.
en $FG = \frac{2}{5}p\sqrt{2}$.
maar $FR = FA + AR = \frac{1}{5}p + \frac{1}{3}p = \frac{8}{15}p$.
en $FC : FG = FR : FS$. (*v. Sw.* 4 *b.* 2 V.)
$= \quad = \quad =$
of $\frac{4}{5}p : \frac{2}{5}p\sqrt{2} = \frac{8}{15}p : FS$.
dus $FS = \frac{4}{15}p\sqrt{2}$. gevoegd
by $FG = \frac{2}{5}p\sqrt{2}$.
komt $SG = \frac{2}{3}p\sqrt{2}$.
maar $FS : SW = SW : SG$. (*v. Sw.* 5 *b.* 5 V. 2.)
$= \quad =$
of $\frac{4}{15}p\sqrt{2} : SW = SW : \frac{2}{3}p\sqrt{2}$.
dus $SW^2 = \frac{16}{45}pp$
en $SW = HS = \frac{4}{15}p\sqrt{5}$. (*Opl.* 6.)
maar $SF : FW = FW : FG$. (*v. Sw.* 5 *b.* 12 V. 3.)
$= \quad =$
of $\frac{4}{15}p\sqrt{2} : FW = FW : \frac{2}{5}p\sqrt{2}$.
dus $FW^2 = \frac{16}{75}pp$.
dus $SW^2 : FW^2 = \frac{16}{45}pp : \frac{16}{75}pp$.
$= \quad = \quad = \quad =$
of $ST^2 : SV^2 = 5 : 3$ (*Opl.* 6.)
verder $SH = ST = \frac{4}{15}p\sqrt{5}$. by en af
van $SI = a$
komt $HI = a + \frac{4}{15}p\sqrt{5}$.
en $TI = a - \frac{4}{15}p\sqrt{5}$.
dus $HI \times TI = aa - \frac{80}{225}pp$.

maar

maar $ST^2 : SV^2 = HI \times TI : DI^2$. (*Fl.* § 236.)

of $5 : 3 = aa - \frac{80}{225}pp : DI^2$.

dus $DI^2 = \frac{3}{5}aa - \frac{16}{75}pp$.

dus $IM^2 = DM^2 = \frac{45aa - 16pp}{150}$.

en $IM = DM = \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$.

maar $FS = \frac{4}{15}p\sqrt{2}$.

en $SI = a$.

dus $FI = a + \frac{4}{15}p\sqrt{2}$.

en $FI^2 = aa + \frac{8}{15}p\sqrt{2} + \frac{32}{225}pp$.

dus $IL^2 = FL^2 = \frac{16}{225}pp + \frac{4}{15}p\sqrt{2} + \frac{1}{2}aa$

en $IL = FL = \frac{4}{15}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2}$.

maar $IM = DM = \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$.

verſch. $AE = \frac{4}{15}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} - \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$.

ſom $ML = \frac{4}{15}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$.

afget. $AF = \frac{1}{5}p$.

dus $DE = \frac{1}{15}p + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \sqrt{\frac{45aa - 15pp}{150}}$.

ge-

geadd. $AC = p$.

dus $DN = \frac{16}{15}p + \frac{1}{8}a\sqrt{2} + \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$.

Als men nu neemt de som der quadraten van

$$CN = AE = \tfrac{4}{15}p + \tfrac{1}{8}a\sqrt{2} - \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}},$$

en $DN = \frac{16}{15}p + \frac{1}{8}a\sqrt{2} + \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$;

zal men vinden:

$$CD^2 = \tfrac{289}{225}pp + \tfrac{1}{8}ap\sqrt{2} + \tfrac{1}{8}aa + \tfrac{8}{15}p\sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}.$$

En wanneer men neemt het product van

$$AE = \tfrac{4}{15}p + \tfrac{1}{8}a\sqrt{2} - \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}},$$

en $DE = \frac{1}{15}p + \frac{1}{8}a\sqrt{2} + \sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}$,

zal men vinden:

$$AE \times DE = \tfrac{289}{225}pp + \tfrac{1}{60}ap\sqrt{2} + \tfrac{1}{8}aa + \tfrac{1}{15}p\sqrt{\frac{45aa - 16pp}{150}}.$$

By gevolg de regthoek uit AE en DE gelyk het achtste gedeelte van het vierkant op CD.

CL.

CI. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, H. W. CASPARI, J. SCHUITEMAKER, A. L. HECTOR, F. G. A. DE LELIE, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, T. J. KERKHOVEN, *en den* OPGEVER.

Stel de getallen x, xy, xy^2, xy^3, zoo is volgens het Voorſtel

$$x+xy+xy^2+xy^3=45$$

en $x^3+x^3y^3+x^3y^6+x^3y^9=15795$

dus $x=\frac{45}{1+y+y^2+y^3}=\frac{45(1-y)}{1-y^4}$

en $x^3=\frac{15795}{1+y^3+y^6+y^9}=\frac{15795(1-y^3)}{1-y^{12}}$

dus $\frac{45^3(1-y)^3}{(1-y^4)^3}=\frac{15795(1-y^3)}{(1-y^{12})}$

of $\frac{75(1-y)^3}{(1-y^4)^3}=\frac{13(1-y^3)}{1-y^{12}}$

aan deze vergelyking wordt voldaan door $y=2$ te ſtellen, waar uit volgt

$$x=\frac{45}{1+2+4+8}=3$$

dus zyn de getallen 3, 6, 12, en 24.

CII.

CII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, T. J. KERKHOVEN, H. W. CASPARI, A. L. HECTOR, F. G. A. DE LELIE, P. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel de getallen x, rx, r^2x en r^3x

dan is $rx+r^2x=42$

en $r^6x^2+x^2=3185$

dus $x=\frac{42}{r+r^2}$

en $x^2=\frac{3185}{r^6+1}=\frac{42^2}{(r+r^2)^2}$

$1764(r^6+1)=3185(r+r^2)^2$

$36(r^6+1)=65(r+r^2)^2$

$=65(r^2+2r^3+r^4)$

$36r^6-65r^4-130r^3-65r^2+36=0$

waar uit $r=2$

dus $x=\frac{42}{r^2+r}=7$

dus de getallen 7, 14, 28, en 56.

NB. In de opgaaf is eene fout, er ſtaat ſom der uiterſten, moet zyn ſom der middelſte.

CIII.

CIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, H. W. CASPARI, F. G. A. DE LELIE, T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., *en* P. A. DUREGE.

Stel de geomet. progr. x, xy, xy^2, xy^3.

Dan is $x(y^3+y) = 90 = 6.15$

en $x(y^2-1) = 24 = 6.4$

dus $4(y^3+y) = 15(y^2-1)$

of $4y^3+4y = 15y^2-15$

$4y^3-15y^2+4y+15 = 0$.

Hier van is $y = 3$ een Wortel,
de vergelyking door $y-3$ deelende, heeft men

$4y^2-3y-5=0$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{8}$$

$x(y^2-1) = 24$

dus $x = \frac{24}{y^2-1} = 3$

$$\text{of } x = \frac{24 \cdot 32}{17 \pm 3\sqrt{89}}$$

$$= \frac{-51 \pm 9\sqrt{89}}{2}$$

En dus de getallen 3, 9, 27, 81,

$$\text{of } \frac{-51 \pm 9\sqrt{89}}{2}; \quad \frac{81 \pm 3\sqrt{89}}{2};$$

$$\frac{-3 \pm 9\sqrt{89}}{2}; \quad \frac{99 \pm 3\sqrt{89}}{2}.$$

CIV. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER, *den* OPGEVER, J. J. BRUNNER, P. A. DUREGE, W. J. VAN WYK, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, T. MEYAARD, F. G. A. DE LELIE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. WESTENDORP, *en* A. VOLKERSE.

Stel de getallen x en y, dan is:

$$x - y = 40$$

en $$x^2 - y^2 = 604.$$

$x^2 +$

$x^2 + xy + y^2 = 151$
$x^2 - 2xy + y^2 = 16$

$3xy = 135$
$xy = 45$

$x^2 + 2xy + y^2 = 196$

$x + y = 14$
$x - y = 4$

$2x = 18$
$2y = 10$

dus $x = 9$ en $y = 5$
de begeerde getallen.

CV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, T. MEYAARD, W. J. VAN WYK, H. G. WITLAGE JR., J. J. BRUNNER, D. N. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel x en y voor de deelen, dan is
$x + y = 32$ en $x^2y^2 = 30625$

$x^2 + xy = 32x$ $xy = 175$
$xy = 175$

$$x^2 - 32x = -175$$
$$16^2 = 256$$
$$x^2 - 32x + 16^2 = 81$$
$$x - 16 = 9$$
$$x = 25 \quad y = 7 \} \text{ de deelen.}$$

CVI. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, H. W. CASPARI, T. J. KERKHOVEN, *de* OPGEVERS, D. N. KERKHOVEN, J. WESTENDORP, A. VOLKERSE, T. MEYAARD, F. G. A. DE LELIE, J. SCHUITEMAKER, *en* W. J. VAN WYK.

18. 32 = de mylen die B zeilt.

CVII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, *de* OPGEVERS, P. A. DUREGE, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP, H. W. CASPARI, J. SCHUITEMAKER, T. J. KERKHOVEN, W. J. VAN WYK, *en* T. MEYAARD.

Volgens Archimedes is de proportie van den omtrek eens cirkels tot zyne middellyn als 22 : 7, dus

22 :

82 : 7 = 440 : 140 de midd. der kom.

70 de radius

4900

20^2 = 400

add.

5300 't □ des afſtands

72,8 voeten 't begeerde.

CVIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, J. F. KLIEFOOT, *en* H. G. WITLAGE Jr.

Volgens de Natuurkunde ſtaan in een gelyk tydverloop de ſlingeringen op eenen zekeren afſtand van het middelpunt tot het verſchil met die op eenen anderen afſtand, als de laatſte afſtand ſtaat tot het verſchil dier afſtanden; dus

23604 voeten in eene myl.
860 mylen de rad. der aarde

20299440 voeten.

21
24

504
60

30240
60
1814400
2
3628800 ſling. te Utrecht
62
3628738 —— op den Dom.

3628738: 62 = 20299440: $346\frac{5}{6}$

Dus is de Dom hoog $346\frac{5}{6}$ voeten.

CIX. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, J. F. KLIEFOOT, H. C. SCHUSLER, W. J. VAN WYK, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, A. L. HECTOR *en* F. G. A. DE LELIE.

Stel dat de ſteen x ſeconden noodig heeft om tot den grond der put te vallen, dan heeft het geluid $a-x$ ſeconden tot zyn weg beſtreedt, en wy hebben:

	ſec.	ſec.	voet.	voet.	
1e.	1 :	x^2	= b :	bx^2,	diepte der put
2e.	1 :	$(a-x)$	= c :	$c(a-x)$,	diepte der put

zoo dat $bx^2 = c(a-x)$ moet zyn.

of $bx^2 + cx = ac$

waar uit wy vinden

$$x = \frac{-c + \sqrt{4abc + c^2}}{2b}.$$

Stellende nu $a = 5$, $b = 15\frac{3}{4}$ en $c = 1108$, zoo is

$$x = \frac{-1108 + \sqrt{1573960}}{31\frac{1}{2}} = 4,69087$$

dus bx^2 of $c(a-x) = 343, 17$ voeten ten naaste ten by.

CX. VOORSTEL.

Door T. MEYAARD, *den* OPGEVER, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, W. J. VAN WYK, D. N. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, H. C. SCHUSLER, *en* J. SCHUITEMAKER.

Sec.	Min.	Myl.	Myl.	
$17\frac{7}{15}$:	$61\frac{1}{8}$ =	1719 :	$365088\frac{13}{24}$	den langsten dag
$16\frac{13}{15}$:	$57\frac{1}{8}$ =	1719 :	$352847\frac{7}{10}$	den kortsten dag
				dus het verschil $12241\frac{79}{480}$

CXI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE Jr., F. G. A. DE LELIE, J. ROOSEKRANS, H. SOMMERHAUSSEN, P. A. DUREGE, J. R. SCHMIDT, H. C. SCHUSLER, J. WESTENDORP, P. OLM, T. MEYAARD, M. B. VAN DER VELDE, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel het getal der eijeren $= x$

$$100 : 32 = x : \frac{32x}{100}$$

$$\frac{\frac{32x}{100} - 8}{32x - 800} = \frac{4x - 2400}{400x - 240000} \quad 100$$

of $\quad 368x = 239200$

dus $\quad x = 650$ eijeren.

CXII.

CXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, *en* T. J. KERKHOVEN.

Dat de Stuurman zich, na evenveel om de zuid als noord gezeild te hebben, wederom op de afgevarene breedte bevindt, ſpreekt van zelf; maar hy is volgens het voorſtel ook wederom op de afgevarene lengte gekomen; dus moet hy met 100 Myl regt weſt te zeilen even veel van lengte veranderd zyn als met 200 Myl regt oost te zeilen; ſtel de breedte waar op hy oost gezeild heeft x, en die waar op hy weſt gezeild heeft y, dan zyn de veranderde lengten in graden $\frac{200 \text{ Sec. } x}{15}$ en $\frac{100 \text{ Sec. } y}{15}$, dus

$$2 \text{ Sec. } x = \text{Sec. } y$$

$$\text{of } 2 \cos. y = \cos. x$$

$$\text{Nu is } y - x = \tfrac{100}{15} = 6^{\circ}. 40'. = d.$$

$$\text{Stel } y + x = m$$

$$\text{dan is } y = \tfrac{1}{2} m + \tfrac{1}{2} d.$$

$$\text{en } x = \tfrac{1}{2} m - \tfrac{1}{2} d,$$

$$\cos. y = \cos. \tfrac{1}{2} m. \cos. \tfrac{1}{2} d - \sin. \tfrac{1}{2} m. \sin. \tfrac{1}{2} d.$$

$$\cos. x = \cos. \tfrac{1}{2} m. \cos. \tfrac{1}{2} d + \sin. \tfrac{1}{2} m. \sin. \tfrac{1}{2} d.$$

$$\text{dus } \cos. \tfrac{1}{2} m. \cos. \tfrac{1}{2} d - 3 \sin. \tfrac{1}{2} m. \sin. \tfrac{1}{2} d = 0$$

en

en $Cot. \frac{1}{2} m = 3\ Tang. \frac{1}{2} d.$

$\frac{1}{2} d = 3°.\ 20'.\ Tang. = 58434$ (3)

$\frac{1}{2} m = 80.\ 5'.\ Cot. = 17473$ (3)

$x = 70°.\ 45'.$ Noorder breedte.

CXIII. VOORSTEL. *Fig.* 15.

Door J. R. SCHMIDT.

Laat N A M de gegevene cirkelboog en C deszelfs centrum zyn, dan is het klaar dat het begeerde zwaartepunt zal moeten liggen in de lyn C A, die de gegevene boog midden door deelt; ftel dan het zwaartepunt in B te zyn, en ftel verder A M $= z$, A P $= x$, P M $= y$ en A C $= a$, dan is A B $= \frac{S.\, s\, dz}{z}$

(Zie HENNERT, *Curf. Math. applic. parf.* I. *pag.* 36.)

Nu is $dz = d.$ Boog $Sin.\ vers.\ x = \frac{a\, dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$

dus $s\, dz = \frac{ax\, dz}{\sqrt{2ax - x^2}}$

$= a \left(\frac{a\, dx}{\sqrt{2ax - x^2}} - \frac{(a-x)\, dx}{\sqrt{2ax - x^2}} \right)$

$S.\, s\, dz$

$S.\, x\,dz = a$ Boog *Sin. vers.* $x - a\sqrt{2ax - x^2}$

$= az - ay$

Dus $AB = a - \frac{ay}{z}$.

maar $AO = a$

dus $OB = \frac{ay}{z} = \frac{AO.\,PM}{AM}$

of $NAM : NM = AO : BO$

Dat is: de afstand des zwaartepunts van het middelpunt eens cirkelboogs is vierde evenredig tot de boog, de chorde, en de radius.

CXIV. VOORSTEL. *Fig.* 15.

Door J. R. SCHMIDT.

NAM het gegeven Segment en alles als in het voorgaand voorstel gesteld zynde, heeft men

$AB = \frac{S.\, xy\,dx}{S.\, y\,dx}$ (zie HENNERT, *pag.* 38.)

Nu is $y = \sqrt{2ax - x^2}$

dus

dus $AB = \frac{S.\, x\,dx\,\sqrt{2ax-x^2}}{S.\, y\,dx}$

$= \frac{S.\,(a\,dx\,\sqrt{2ax-x^2} - (a-x)\,dx\,\sqrt{2ax-x^2})}{S.\, y\,dx}$

$= \frac{a\,S.\, y\,dx - S.\,(a-x)\,dx\,\sqrt{2ax-x^2}}{S.\, y\,dx}$

$= a - \frac{\frac{1}{3}\,(2ax-x^2)^{\frac{3}{2}}}{\text{ruimte MAP}}.$

dus $BO = \frac{PM^3}{3APM}$, dat te vinden was.

Aanmerking. Als het Segment een halve cirkel is, is $x = a$ en, ſtellende π de reden van de radius tot den halven omtrek, $OB = \frac{4}{3\pi}\,AO$.

CXV. VOORSTEL. *Fig.* 15.

Door J. R. SCHMIDT.

NAMO de gegevene Sector zynde, ſtel B het zwaartepunt van het Segment NAM, D dat van den driehoek NOM en laat C, dat van den Sector zyn, dan is

OB

$$OB = \frac{y^3}{3\,APM}$$

$$OD = \tfrac{2}{3}\,OP = \tfrac{2}{3}\,(a-x)$$

$$BD = \frac{PM^3}{3\,APM} - \tfrac{2}{3}\,OP$$

en men vindt het punt C door deze evenredigheid:

Sect. AOM: *Segm.* APM = BD: DC

$$DC = \frac{\textit{Segm.}\ APM}{\textit{Sect.}\ AOM}.\ BD.$$

CXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, F. G. A. DE LELIE, H. G. WITLAGE JR., J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, T. MEYAARD, P. A. DUREGE, J. F. KLIEFOOT, J. SCHUITEMAKER, D. N. KERKHOVEN, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel x en y voor de getallen, dan is

$$(x+y)\ \frac{(x^3+y^3)\,m = (x+y)^3\,n}{(x^2-xy+y^2)\,m = (x+y)^2.n}$$

van

van $(x^2+2xy+y^2)m=(x+y)^2.m$

komt $3xym=(x+y)^2(m-n)$

of $3am=(x+y)^2(m-n)$

dus $(x+y)^2=\frac{3am}{m-n}$

$4xy=4a$ afget.

$(x-y)^2=\frac{-am+4an}{m-n}$

dus $x+y=\sqrt{\frac{3am}{m-n}}$

$x-y=\sqrt{\frac{-am+4an}{m-n}}$

$x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3am}{m-n}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-am+4an}{m-n}}.$

$y=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3am}{m-n}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-am+4an}{m-n}}.$

CXVII.

CXVII VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *en* J. R. SCHMIDT.

Het getal n moet noodzakelyk even of oneven zyn. 1e. Stel n een even getal te zyn. Nu is het eene bekende waarheid dat een getal, het welk uit de ſom van twee $\square\square$ beſtaat, wederom op oneindig vele wyzen in de ſom van twee andere $\square\square$ kan geſplitst worden. Zie hier over *Eulers Algebra*; II Deels, 2 Afdeeling, 14de Hoofdſtuk van de uitgave van *Gruſon*; p. 338. Gevolgelyk kan men reſpectivelyk op oneindig vele wyzen A^2+B^2; C^2+D^2; E^2+F^2; &c. in de ſom van twee andere quadraten verdeelen. Dus kan men ook, wanneer n een even getal is, $A^2+B^2+C^2+$ &c. van n termen, in n andere $\square\square$ op oneindig vele wyzen verdeelen of ſplitſen. 2e. Stel n een oneven getal; zy verders de n^{de} term $= (Z')^2$, de $(n-1)^{de} = (Z'')^2$, dan wordt ons getal $=$

$$A^2+B^2+C^2+\&c.\ldots+(Z'')^2+(Z')^2$$

Nu kan $A^2+B^2+C^2+\ldots+(Z'')^2$ in $n-1$ quadraten op oneindig vele wyzen gedeeld worden, volgens het gene wy bewezen hebben; ſtel dat dezelve veranderd zyn in

$$a^2+b^2+c^2+\&c.\ldots+z^2,$$

dan wordt ons getal $=$

$$a^2+b^2+c^2+\&c.\ldots+z^2+(Z')^2$$

doch nu kunnen wy ook nog $z^2+(Z')^2$ in de ſom van twee andere quadraten ſplitſen, wy noemen dezelve, w^2+W^2, dan wordt ons getal

$$A^2+B^2+C^2+\&c.\ldots+(Z'')^2+(Z')^2$$

veranderd in

$$a+b^2+c^2+\&c.\ldots+w^2+W^2.$$

Daar wy nu deze handelwyze, zoo dikwyls als

men wil, herhalen kunnen: zoo volgt daar uit, dat het zelfde plaats heeft, het zy dat n een even, het zy dat n een oneven getal zy. Wy kunnen dus de in het Voorſtel opgegevene vraag met *ja* beantwoorden.

ANDERS DOOR A. L. HECTOR.

Stel voor de n quadraten

$$(ax-A)^2 = a^2x^2 - 2aAx + A^2$$
$$(bx-B)^2 = b^2x^2 - 2bBx + B^2$$
$$(cx-C)^2 = c^2x^2 - 2cCx + C^2$$

dus $x^2(a^2+b^2+c^2+\&c.)$
$-2x(aA+bB+cC+\&c.)$
$+A^2+B^2+C^2+\&c. =$
$A^2+B^2+C^2+\&c.$

Waar uit volgt

$$x = \frac{2(aA+bB+cC+\&c.)}{a^2+b^2+c^2+\&c.}$$

CXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, *en* J. R. SCHMIDT.

$$Sin.\,x + Sin.(x+b) + Sin.(x+2b) + \ldots + Sin.(x+nb)$$
$$= \frac{Sin.(x+\frac{1}{2}nb)\,Sin.\frac{n+1}{2}b}{Sin.\frac{1}{2}b}$$

Cos.

$$Cos.\,x + Coo.\,(x+b) + Cos.\,(x+2b) + \ldots + Cos.\,(x+nb)$$

$$= \frac{Cos.\,(x+\frac{1}{2}nb).\,Sin.\,\frac{n+1}{2}\,b}{Sin.\,\frac{1}{2}b}$$

Zie *Klügels Math. Worterbuch*, II Deel, p. 529 en 530 — *Eulers Introd. in Anal. Inf.* § 259.

Hier uit volgt dat

1e. $$\frac{Sin.\,x + Sin.\,(x+b) + \ldots + Sin.\,(x+nb)}{Cos.\,x + Cos.\,(x+b) + \ldots + Cos.\,(x+nb)} = Tang.\,(x+\tfrac{1}{2}nb)$$

2e. $$\frac{Cos.\,x + Cos.\,(x+b) + \ldots + Cos.\,(x+nb)}{Sin.\,x + Sin.\,(x+b) + \ldots + Sin.\,(x+nb)} = Cot.\,(x+\tfrac{1}{2}nb)$$

Deze formulen adderende, krygt men

$$Tang.\,(x+\tfrac{1}{2}nb) + Cot.\,(x+\tfrac{1}{2}nb) = a$$
$$Tang.\,(x+\tfrac{1}{2}nb)^2 + 1 = a\,Tang.\,(x+\tfrac{1}{2}nb)$$

Hier uit volgt na de gewone algebraïsche bewerkingen der vierkants vergelykingen

$$Tang.\,(x+\tfrac{1}{2}nb) = \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 - 1}$$

waar door x bekend wordt, want ſtel $x+\frac{1}{2}nb = A$ zoo wordt $x = A - \frac{1}{2}nb$.

CXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, F. G. A. DE LELIE, W. J. VAN WYK, J. SCHUITEMAKER, D. N. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, H. C. SCHUSLER, T. MEYAARD *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel de getallen x, y en z, dan is

$xyz = 25$; $xz = 25\sqrt{\frac{1}{7}}$; en

$(x+y)x = \sqrt{60+50\sqrt{1\frac{1}{7}}}$; dus

$y = \sqrt{7}$, en

$x^2 + xy = 5+\sqrt{35}$

$y = \sqrt{7}$

dus $x^2 + x\sqrt{7} = 5+\sqrt{35}$

$1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$ by

$\sqrt{x^2 + x\sqrt{7} + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}+\sqrt{35}}$

$x+\frac{1}{2}\sqrt{7} = \frac{1}{2}\sqrt{7}+\sqrt{5}$

dus $x = \sqrt{5}$

$y = \sqrt{7}$

$z = \frac{25}{xy} = 5\sqrt{\frac{1}{7}}$

CXX.

CXX. VOORSTEL. *Fig.* 16.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., T. J. KERKHOVEN, *en* A. L. HECTOR.

Trek de perpendiculair BE.

Stel DE $= x$, dan is BE $= \sqrt{146{,}41 - x^2}$

dus AE $= 8{,}2 + \frac{1}{2}x$; AB $= \sqrt{213{,}65 - 16{,}4 \cdot x}$

en CE $= 4{,}8 - x$; BC $= \sqrt{169{,}45 - 9{,}6 \cdot x}$

Nu is *Rad.* : *Sin.* $\angle$ ABC $=$ AB : BC : AC . CE

(Zie *Strabbe*, *Driehoeksmeting*, § 130.)

of $100000 : 79864 =$

$$\sqrt{213{,}65 + 16{,}4 \cdot x} \times \sqrt{169{,}45 - 9{,}6 \cdot x} : \sqrt{146{,}41 - x^2}.$$

$$\sqrt{6378258496} = \sqrt{(213{,}65 + 16{,}4 \cdot x)(169{,}45 - 9{,}6 \cdot x)}$$

$$\sqrt{100000000000} \qquad 169\,(146{,}41 - x^2)$$

waar uit volgt

$$6185822500000 - 42250000000\,x^2 = 577280103861\,55 + 1160747372395\,x - 251048254403\,x^2, \text{ of}$$

$$171451745597\,x^2 + 1160747372395\,x - 413021467384\,5 = 0$$

Hier uit vindt men $x = 2{,}6$ naby

dus AB $= \sqrt{256{,}29} = 16$ naby

en BC $= \sqrt{144{,}49} = 12$ naby.

CXXI. VOORSTEL. *Fig.* 16.

Door den OPGEVER, H. G. WITLAGE Jr.; J. F. KLIEFOOT, J. R. SCHMIDT, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel $AD = x$, dan is $DC = 13 - x$.

nu is $AD : Sin.\angle ABD = BD : Sin.\angle A$.

of $x : 50000 = 12{,}1 : \frac{60500}{x}$

$DC : Sin.\angle DBC = BD : Sin.\angle C$.

of $13 - x : 39073 = 12{,}1 : \frac{472783{,}3}{13 - x}$

$Sin.\angle B : AC = Sin.\angle C : AB$.

of $79864 : 13 = \frac{472783{,}3}{13 - x} : \frac{76{,}26}{13 - x}$.

$Sin.\angle B : AC = Sin.\angle A : BC$.

$79864 : 13 = \frac{60500}{x} : \frac{98{,}48}{x}$.

$2\,AB.BC : AB^2 + BC^2 - AC^2 = Rad. : Cos.\angle B$.

(Zie *Strabbe*, *Driehoeksm.* §. 114.)

$$\text{of } \frac{15158{,}0416}{13x - x^2} :$$

$$\frac{\left\{\begin{array}{l} -169x^2 + 4394x^3 - 15621{,}152x^4 \\ -252156{,}0704x + 1639014{,}4576 \end{array}\right\}}{(13x - x^2)^2} =$$

100000 : 60181.

Dus

Dus $912226101,5296 . (13x - x^2) =$
$- 16900000x^4 + 439400000x^3 - 1562115200x^2 +$
$- 25215607040x + 163901445760.$
of $16900000x^4 - 439400000x^3 + 6499889098,4704x^2 +$
$+ 37074546359,8848x - 163901445760 = 0.$
waar uit men vindt door nadering $x = 8,2$.

$$\text{Dus } AB = \frac{76,96}{13 - x} = 16 \text{ naby}$$

$$\text{en } BC = \frac{98,48}{x} = 12 \text{ —}$$

CXXII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER.

Stel de getallen $\frac{x}{x+p^2}$, $\frac{x}{x+q^2}$, en $\frac{x}{x+r^2}$;

dan moet volgens het Voorstel

$$\frac{x^2 p^2}{(x+p^2)(x+q^2)(x+r^2)} = \square$$

$$\frac{x^2 q^2}{(x+p^2)(x+q^2)(x+r^2)} = \square$$

$$\frac{x^2 r^2}{(x+p^2)(x+q^2)(x+r^2)} = \square$$

Hier van zyn de tellers rationale quadraten, dus moe-

moeten de gelyke noemers slegts rationaal gemaakt worden.

Stel $\sqrt{(x+p^2)\,(x+q^2)\,(x+r^2)} = yx+pqr$

$x^3+(p^2+q^2+r^2)\,x^2+(p^2q^2+p^2r^2+q^2r^2)x+p^2q^2r^2$
$= y^2x^2+2pqryx+p^2q^2r^2.$

of $x^3+(p^2+q^2+r^2)\,x^2+(p^2q^2+p^2r^2+q^2r^2)\,x$
$= y^2x^2+2pqryx.$

Stel $2pqry = p^2q^2+p^2r^2+q^2r^2$

waar door $y = \dfrac{p^2q^2+p^2r^2+q^2r^2}{2pqr}$.

Hier door zullen de laatste termen aan beide zyden der voorgaande vergelyking verdwynen, en dus heeft men dan:

$$x^3+(p^2+q^2+r^2)\,x^2 = y^2x^2$$

$$x = y^2-(p^2+q^2+r^2)$$

Wanneer nu p^2, q^2 en r^2 in eene arithmetiſche progresſie zyn, zullen de drie geſtelde getallen eene harmoniſche evenredigheid uitmaken en het Voorſtel dus opgelost zyn.

(Zie VAN SWINDEN, *Meetk. pag.* 123.)

Nu zullen dezelve eene arithmetiſche progresſie zyn, wanneer

$p^2 = (2ab+b^2-a^2)^2$

$q^2 = (a^2+b^2)^2$

$r^2 = (a^2+2ab-b^2)^2$

(Zie STRABBE, *Inl. tot de Mathem. Wetenſch.* II *D. pag.* 171).

Neem nu a en b naar welgevallen; laat $a = 2$ en $b = 4$ zyn, dan is

$p = 28$;

$p = 28$; $q = 20$ en $r = 4$;

$$y = \frac{2598}{35} \text{ en } x = \frac{5279604}{1225}$$

en dus de drie gevraagde getallen

$$\frac{1319901}{1560001}; \frac{1319901}{1442401}; \frac{1319901}{1324801}$$

CXXIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *de* OPGEVERS, W. J. VAN WYK, J. SCHUITEMAKER, D. N. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, J. R. SCHMIDT, *en* F. G. A. DE LELIE.

Stel s, sz, y en yz voor de vier getallen, dan is

$(z+1)(x+y)=a$

$(z^2+1)(x^2+y^2)=b$

$(z^3+1)(x^3+y^3)=c$.

Dus, de laatste door de eerste deelende,

$$(z^2-z+1)(x^2-xy+y^2)=\frac{c}{a}, \text{ voorts}$$

$$(z^2+2z+1)(x^2+2xy+y^2)=a^2$$

dus $(3z^2+3)(x^2+y^2)+6xyz=a^2+\frac{2c}{a}$

$(3z^2+3)(x^2+y^2) \quad =3b$

$$6xyz = a^2 - 3b + \frac{2c}{a} = 3r \text{ gesteld}$$

3 ——————————————— 4

$$8xyz = 4r.$$

$$2(z^2+1)(x^2+y^2) = 2b$$

$$2(z^2+1)(x^2+y^2) + 8xyz = 2b + 4r$$

$$(z^2+2z+1)(x^2+2xy+y^2) = a^2.$$

$$\sqrt{(x+yz-y+xz)^2} = 2b + 4r - a^2$$

$$(x+yz)-(y+xz) = \sqrt{4r+2b-a^2}$$

$$(x+yz)+(y+xz) = a$$

$$x+yz = \tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}\sqrt{4r+2b-a^2} = p$$

$$y+xz = \tfrac{1}{2}a - \tfrac{1}{2}\sqrt{4r+2b-a^2} = q$$

$$x^2+2xyz+y^2z^2 = p^2$$

$$4xyz = 2r$$

$$x^2-2xyz+y^2z^2 = p^2-2r$$

$$x-yz = \sqrt{p^2-2r}$$

$$x+yz = p$$

$$x = \tfrac{1}{2}p + \tfrac{1}{2}\sqrt{p^2-2r}$$

$$yz = \tfrac{1}{2}p - \tfrac{1}{2}\sqrt{p^2-2r}$$

Op dezelfde wyze

$$y = \tfrac{1}{2}q + \tfrac{1}{2}\sqrt{q^2-2r}$$

$$xz = \tfrac{1}{2}q - \tfrac{1}{2}\sqrt{q^2-2r}$$

Neem

Neem $a = 32$; $b = 340$; $c = 4256$; dan is $r = 90$; $p = 18$; $q = 14$; $s = 15$; $yz = 3$; $y = 9$ en $xz = 5$.

Dus zyn 15, 5, 9, 3 de getallen, die nog op zevenderlei wyzen kunnen verzet worden, zoo dat er 8 antwoorden op dit Voorſtel zyn.

CXXIV. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *de* OPGEVERS, A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, *en* P. G. A. DE LELIE.

Stel het getal x, dan moeten volgens het Voorſtel, de wortels der uitdrukkingen

$$\frac{x^2+3x}{2},\ x^2+9x,\text{ en } x^2+24x,$$

in eene arithmetiſche progreſſie zyn, zoo dat wy hebben:

$$\sqrt{\frac{x^2+3x}{2}} + \sqrt{x^2+24x} = 2\sqrt{x^2+9x}$$

$$\frac{3x^2+51x}{2} + 2x\sqrt{\frac{(x+3)(x+24)}{2}} = 4x^2+36x$$

$$2\sqrt{2x^2+54x+144} = 5x+21$$

$$8x^2+216x+576 = 25x^2+210x+441$$

$$17x^2-6x = 135$$

waar uit $x = 3$ het begeerde getal.

CXXV.

CXXV. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *de* OPGEVERS, P. A. DUREGE, J. R. SCHMIDT, F. G. A. DE LELIÉ, W. J. VAN WYK, J. SCHUITEMAKER, D. N. KERKHOVEN, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel het eerste getal $x-y$
het tweede — $x+y$
het derde — $a-2x$, dan is
$6x^2+2y^2-4ax+a^2=b$
en $6x^2y+2y^3=c$

dus $6x^2+2y^2=\frac{c}{y}$

en $\frac{\frac{c}{y}-4ax+a^2=b}{\qquad\qquad}$

$4ax=a^2-b+\frac{c}{y}$

$x=\frac{(a^2-b)y+c}{4ay}$

Stel $\frac{a^2-b}{4a}=d$ en $\frac{c}{4a}=e$

dan is $x=d+\frac{e}{y}$

$x^2=d^2+\frac{2de}{y}+\frac{e^2}{y^2}$

$6x^2a$

$$6x^2 = 6d^2 + \frac{12de}{y} + \frac{6e^2}{y^2}$$
$$2y^2 = 2y^2$$
add.
$$\frac{c}{y} = 6d^2 + \frac{12de}{y} + \frac{6e^2}{y^2} + 2y^2$$
$$2y^4 + 6d^2y^2 + (12de - c)y + 6e^2 = 0$$
$$y^4 + 3d^2y^2 + (6de - \tfrac{1}{2}c)y + 3e^2 = 0$$
$$625y^4 + 237630y^2 - 307880y + 554700 = 0$$

Hier uit is $y = 5$
dus $x = 7$
en 2; 12; en 11 de getallen.

CXXVI. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *de* OPGEVERS, W. J. VAN WYK, J. R. SCHMIDT, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, J. WESTENDORP, P. OLM, J. SCHUITEMAKER, F. G. A. DE LELIE, H. SOMMERHAUSSEN, *en* P. A. DUREGE.

Stelt x en xy voor de getallen; $273 = a$ en $40 = b$, dus
$$x^2y(y+1) = a \text{ en } x^2(y-1) = b$$
$$\frac{y^2+y}{y-1} = \frac{a}{b}$$

$y^2 +$

$$y^2+\left(1-\frac{a}{b}\right)y+\frac{a}{b}=0$$

$$\frac{1}{b}\ldots\ldots 2\ldots\ldots 4b$$

$$y^2+(b-a)2y+4ab=0$$

$$y=\frac{a-b\pm\sqrt{(a-b)^2-4ab}}{2b}.$$

$y=4\frac{1}{2}$ of $1\frac{1}{2}$

$$x=\sqrt{\frac{b}{y-3}}=\pm 5\sqrt{\tfrac{1}{2}} \text{ of } \pm 8$$

$xy=\pm 21\sqrt{\frac{1}{2}}$ of ± 13.

CXXVII. VOORSTEL.

Zie Voorstel 123.

CXXVIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, W. J. VAN WYK, J. F. KLIBFOOT, A. L. HECTOR, H. G. WITLAGE Jr., J. SCHUITEMAKER, T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP, *en* P. OLM.

Stel de progres x, xy, xy^2, xy^3, dan is

x

$x\,(1+y+y^2+y^3) = x\,(\overline{1+y}\,.\,\overline{1+y^2}) = a$ en

$x^2(1+y^2+y^4+y^6) = x^2(\overline{1+y^2}\,.\,\overline{1+y^4}) = b$

$$\frac{1+y}{x\,(1+y^4)} = \frac{a}{b}$$

$$x = \frac{b\,(1+y)}{a\,(1+y^4)} = \frac{a}{1+y+y^2+y^4}$$

$$a^2+a^2y^4 = b+2by+2by^2+2by^3+by^4$$

$$(a^2-b)y^4-2by^3-2by^2-2by+a^2-b=0$$

$$y^4-\frac{2b}{a^2-b}y^3-\frac{2b}{a^2-b}y^2-\frac{2b}{a^2-b}y+1=0$$

of stellende $\frac{2b}{a^2-b} = c$

$$y^4-cy^3-cy^2-cy+1=0$$

$$(c+\tfrac{1}{2}c^2+2)y^2 = (c+\tfrac{1}{2}c^2+2)y^2$$

$$y^4-cy^3+(\tfrac{1}{2}c^2+2)y^2-cy+1=(c+\tfrac{1}{2}c^2+2)y^2$$

$$y^2-\tfrac{1}{2}cy+1 = y\sqrt{c+\tfrac{1}{2}c^2+2}$$

$$y^2-\frac{c+\sqrt{4c+c^2+8}}{2}y = -1$$

of ſtellende $\frac{c + \sqrt{4c + c^2 + 8}}{2} = 2d$

$$y^2 - 2dy = -1$$

waar uit $y = d + \sqrt{d^2 - 1}$

waar door ook x bepaald is.

Gegeven zynde $a = 45$; $b = 765$, zoo vindt men $c = \frac{17}{14}$ en $d = \frac{5}{4}$, waar uit dan $x = 3$ en $y = 2$, zoo dat de begeerde progres is 3, 6, 12 en 24.

CXXIX. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, J. R. SCHMIDT, F. G. A. DE LELIE, W. J. VAN WYK, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. SCHUITEMAKER, J. WESTENDORP *en* P. OLM.

Stel x, xy, xy^2, xy^3 voor de progreſſie,

dus $x^3(y^6+y^3) = a$ en $x^3(y^9+1) = b$

$$b(y^6+y^3) = a(y^9+1)$$

y^3+1)

$$by^3 = a(y^6-y^3+1)$$

$ay^6 -$

$$ay^6 - (b+a)y^3 = -a$$

$$\frac{1}{a} \qquad 2 \qquad 4a$$

$$y^6 - (b+a)2y^3 = -4a^2$$

$$y^3 = \frac{b+a \mp \sqrt{(b+a)^2 - 4a^2}}{2a}$$

$y^3 = 8$ of $\frac{1}{8}$

$y = 2$ of $\frac{1}{2}$

$$x^3 = \frac{b}{y^9+1} = 125 \text{ of } 64000.$$

dus $x = 5$ of 40

en 5, 10, 20, 40

of 40, 20, 10, 5 de begeerde progresſie.

CXXX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, J. R. SCHMIDT, W. J. VAN WYK, F. G. A. DE LELIE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel voor de getallen u, x, y, z
en $x+y=p$, dan is $u+z=45-p$.

dus $(x+y)^3 = p^3$, en

$(u+z)^3 = 91125 - 6075\,p + 135\,p^2 - p^3$

$(x+y)^3 + (u+z)^3 = 91125 - 6075p + 135p^2$

$x^3 + y^3 + u^3 + z^3 = 15795$ afgetrokken

$3\,xy(x+y) + 3uz(u+z) = 75330 - 6075p + 135p^2$

$xy(x+y) + uz(u+z) = 25110 - 2025p + 45p^2$

maar $uz = xy$

en $x+y+u+z = 45$

dus $45\,xy = 25110 - 2025\,p + 45\,p^2$

en $uz = xy = 558 - 45\,p + p^2$

Volgens de eigenſchap der progres is $x^3 = u^2 z$ en $y^3 = uz^2$, dus

$u^3 + u^2 z + uz^2 + z^3 = 15795$

$u^2(u+z) + z^2(u+z) = 15795$

$$u^2 + z^2 = \frac{15795}{u+z}.$$

$2\,uz = 1116 - 90\,p + 2\,p^2$

---add.

$$(45-p)^3 = \frac{15795}{u+z} + 1116 - 90p + 2p^2$$

maar $u+z = 45 - p$, dus

$(45-p)^3 = 11795 +$
$(45-p)(1116-90p+2p^2)$

waar

waar uit

$$p^3 - 45p^2 - 909p + 25110 = 0$$

Stel $p = 3q$, dan is

$$q^3 - 15q^2 - 101q + 930 = 0$$

Hier uit vindt men $q = 6$

dus $x+y = 18$ en $u+z = 27$

$(x+y)^2 = 324$, $(u+z)^2 = 729$

$4xy = 288$, $4uz = 288$

$(x-y)^2 = 36$, $(u-z)^2 = 441$

$x-y = 6$, $u-z = 21$

$x = 12$, $u = 24$

$y = 6$, $z = 3$

Zie eene andere oplosſing van dit Voorſtel onder N°. 101.

CXXXI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER F. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR. *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel het grootſte getal x en het kleinſte y, dan is

$$xy = a \quad \text{en} \quad x^3+y^3 = b$$

$$x^3y^3 = a^3 \qquad (x^3+y^3)^2 = b^2$$

$$4\,x^3y^3 = 4\,a^3$$

af

$$\text{rest} \quad (x^3-y^3)^2 = b^2-4\,a^3$$

$$x^3-y^3 = \sqrt{b^2-4\,a^3}$$

$$x^3+y^3 = b$$

$$x = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\,b + \tfrac{1}{2}\sqrt{b^2-4\,a^3}}$$

$$\text{en } y = \frac{a}{x}$$

Stel nu $z = x+y$

$$z^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$
$$= x^3+y^3+3xy\,(x+y)$$
$$= b+3az$$

of $z^3 = 3az+b$

dat is eene cubiſche equatie, waar uit $z=x+y$ een wortel is, dus

$$z = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\,b+\tfrac{1}{2}\sqrt{b^2-4\,a^3}} + \frac{a}{\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\,b+\tfrac{1}{2}\sqrt{b^2-4\,a^3}}}.$$

CXXXII.

CXXXII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, J. F. KLIEFOOT, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, J. WESTENDORP, J. SCHUITEMAKER, J. ROOSEKRANS, W. J. VAN WYK, *en eenen ongenoemden.*

Stel dat de ondergaarder s guldens ontvangt, dan ontvangt de hoofdgaarder $2600 - s$ guldens; dus:

$$100 : 5 = s : \frac{1}{20}\,x \text{ gaarl. des onderg.}$$

$$100 : 1 = \frac{19}{20}\,s : \frac{19}{2000}\,x \text{ prov. des hoofdg.}$$

$$100 : 3\tfrac{1}{2} = 2600 - s : \frac{7(2600-s)}{200} \text{ gaarloon des hoofdgaarders}$$

zoo dat

$$\frac{1}{20}\,s + \frac{19}{2000}\,s + \frac{7(2600-x)}{200} = 140$$

$$100\,s + 19\,x + 70\,(6200-x) = 28000$$

$$49\,x = 98000$$

$$s = 2000 \text{ ontv. des onderg.}$$

$$2600 - s = 600 \text{ ontv. des hoofdg.}$$

CXXXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, J. ROOSEKRANS, *en* J. SCHUITEMAKER.

110 = zyde van het vierkant

$\frac{4}{440}$ = omtr. van hetzelve

$\frac{4}{444}$ = omtrek van den regthoek

$\frac{2}{222}$ = lengte + breedte des regth.

Stel de lengte $= x$, dan is de breedte $= 222 - x$, dan is:

$$222x - x^2 = 110 \cdot 110 - 4 = 12096$$

$$x^2 = 222x - 12096$$

$$x = 111 \pm 15 = 126 \text{ of } 96$$

CXXXIV.

CXXXIV. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, J. WESTENDORP, *en den* OPGEVER.

Om ten allen tyde zonder behulp der zondagsletter, of andere omſlagtige berekening, den dag der weke te vinden, merken wy aan, dat onze tydrekening op eenen zaturdag haren aanvang heeft genomen, daar nu een gemeen jaar één dag, en een ſchrikkeljaar twee dagen boven de 52 weken bevat, zoo zyn volgens de Juliaanſche ſtyl, volgens welke men alle vier jaren een ſchrikkeljaar heeft, een en een vierde maal zoo veel dagen boveu compleete weken, als het jaargetal eenheden bevat; dus heeft men de volgende rekening:

5 July 1784 zyn compl. jaren 1783
en dagen 187
¼ voor de ſchrikkelj. 445
2415
af voor oude ſtyl 11
2404
7
343, rest. 3

dus Sat., Zond., Maand., &c.
1 . 2 . 3 . &c.
dus valt den 5 July 1784 op Maandag.

8 Ja-

8 January 1807 zyn compl. jaren 1806
en dagen 8
¼ voor de ſchrikkeljaren 451
2265
af voor oude ſtyl 12
2253
7
321, rest. 6

dus viel 8 January 1807 op Donderdag.

CXXXV. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, H. VERSCHOOR Jz., T. J. KERKHOVEN, *en* J. SCHUITEMAKER.

1°. De bekomene breedte en lengte van het Schip A berekent men door de ſtreektafels aldus:

1969	50°. 0′.	137°. 49′.
310		
2270	57°. 54′.	172°. 23′.

32°. 34′. Verand. lengte
24°. 0′. Afgev. lengte
351°. 26′. Bek. lengte.

2°. Om

2°. Om de bekomene breedte en lengte van het Schip B te bepalen, is op dezelfde wyze:

1960	50°. 0′.	139°. 49′.
310		
1650	42°. 6′.	112°. 14′.

27°. 35′. Verand. lengte
24°. 0′. Afgev. lengte

356°. 25′. Bek. lengte.

3°. Om de koers en verheid der twee bekomene plaatsen te bepalen, zoo is:

57°. 54′. N. Br. in vergr. br.	4283,0
42°. 6′. N. Br. ———	2789,8
15°. 48′. of 237 mylen	1493,2

Verder 351°. 26′ lengte
356. 25. ——

4. 59.
60

299 verschil in lengte.

Nu is om de koers te vinden

1493,2 : 299 = *Rad.* : *Tang.* koers

12. 4756712
3. 1740598

9. 3016114 = *Tang.* 11°. 19′.

en

en om de verheid te vinden:

Rad. : *Sec.* 11°. 19'. = 237 : Verh.

10 . 0085268
2 . 3747483

2 . 3832751 = *Log.* 242 mylen.

Zoo dat het Schip A, 11°. 19'. beöosten het zuiden en 242 mylen zou moeten zeilen om by het Schip B te komen.

4°. Om de koers en verheid van het Schip A tot het gegevene Eiland te berekenen.

57°. 54'. N. Br. in vergr. br.	4283,8
50°. 0'. N. Br.	3474,5
7°. 54'. of 119 mylen	809,3

351°. 26'. lengte
345°. 0'.

6°. 26'.
60

386 verschil in lengte.

Dus voor de koers

809,3 : 386 = *Rad.* : *Tang.* koers

12.5865873
2.9081095

9.6784778 = *Tang.* 25°. 90'.

en

en voor de verheid

Rad. : *Sec.* 25°. 30′. = 119 : Verh.

10.0441 8
2.0755470

2.1200588 = *Log.* 132 mylen.

Dus de gevraagde koers 25°. 30′. bewesten het zuiden, en de verheid 132 mylen.

5°. Om de koers en verheid van het Schip B tot het gegevene Eiland te bepalen.

42°. 6′. N. Br. in vergr. br.	2789.0
30°. 0′. N. Br.	3474 5
7°. 54′ of 119 mylen	685.5

356°. 25′. lengte
345. 0.

11. 25.
60

685 verschil in lengte.

Dus voor de koers,

685,5 : 685 = *Rad.* : *Tang.* koers

12.8356906
2.8360075

9.9996831 = *Tang.* 44°. 59′.

en voor de verheid

Rad. : *Sec* 44°. 59'. = 119 : Verh.

10. 1503887
2. 0755470

2. 2259357 = *Log.* 168 mylen.

Zoo dat B, om naar het Eiland te komen, moet zeilen ten naastenby N. W. 168 mylen.

CXXXVI. VOORSTEL.

Door T. J. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, H. VERSCHOOR Jz., P. A. DUREGE, J. SCHUITEMAKER *en* J. R. SCHMIDT.

Volgens de opgaaf van het Voorstel, heeft men door de streektafels, als volgt:

Str.	V.	N.	Z.	O.	W.
6	35		0°. 52'		3°. 26'
7	20	0°. 16'			2°. 4'
1	65		4°. 15'		1°. 17'
		0°. 16'	5°. 7'		6°. 47'
			0°. 16'		
			4°. 51'		6°. 47'
			51. 30		60
			46. 49		407

Op

Op 6 ſtreken en 110 mylen verheid, vindt men voor de veranderde breedte 2°. 48'. om de zuid en 10°. 34'. voor de veranderde lengte om de west; dus is de resterende breedte 2°. 3'. = 30,75 myl.

51°. 30'. vergr. breedte 3616,8
46. 39 —— —— 3172,1

444,7

444,7 : 407 = *Rad.* : *Tang.* koers =

42°. 28'. bewesten het zuiden van de afgevarene tot de bekomene plaats.

Cof. 42°. 28' : 4°. 51' = *Rad.* ; Verh. =

98, 6 mylen van de afgevarene tot de bekomene plaats. Voorts

51°. 30'.
2. 48.

48. 42. Vergr. Br. 3354,8 10°. 34'
46. 39. —— —— 3172,1 6°. 47.

182,6 3. 47.
60

227

182,6 : 227 = *Rad.* : *Tang.* koers =
51°. 11'. bewesten het noorden.

Rad. Sec. 51°. 11'. = 30,75 : Verh. =
49,06 mylen, die men nog af te leggen heeft.

CXXXVII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER *en* H. VERSCHOOR Jz.

Van dit Voorſtel heeft de Heer BANGMA, in de *Hoofd-quaestie* des eerſten Deels van dit Werk, eene zoo algemeene en naauwkeurige oplosſing gegeven, dat wy de aldaar opgegevene regel ſlegts behoeven te volgen, waar door de oplosſing aldus komt te ſtaan:

Men heeft gegeven

Verheid = 125 mylen
Koers = 67°. 30'.
Verand. Lte = 8°. 18'.

Log. verheid = 2,0969100
Log. Cof. koers = 9,5828397

ſom = 1,6797497

Dus verand. Br. = 47,835 myl.
2)
23,917 = 1°. 35'. 40''.

Log verand. Lte = 2,6972293
Log. Cot. koers = 9,6172243
Conſtante *Logi* = 6,1015104

Som = 8,4159640

mia

min 10, geeft voor
getal = 0,0260594.

Dit getal als *Log.* beſchouwd, geeft

getal = 1,061841
1 by en af

Som = 2,061841
Verſch. = 0,061841

Log ſom = 0,3142551
Log. verſch. = 8,7912765

Overſchot = 1,5229786
Log. Sin. ½ v. Br. = 8,4445989

ſom = 9,9675775 = *Log. Coſ.* Midd. Br.

Dus Midd. Br. = 21°. 52'. 0''.
½ Verand. Br. = 1. 35. 40.

Afgev. Breedte = 20°. 16'. 20''.
Bek. Breedte = 23°. 27'. 40''.

CXXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 17.

Door J. R. SCHMIDT, H. VERSCHOOR Jz., A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, T. J. KERKHOVEN, P. A. DURREGE, *en* D. N. KERKHOVEN.

Laten A en B de afgevarene en D en C de bekomene plaatſen zyn, dan is:

BE = AF = 5° = 300′
∠ EBC = 33°. 45′.
∠ FAD = 45°. 0′.

Dus DF = AF = 300′
Afgev. Br. 40°,0′ = 2622,7

Dus Bek. Br. 43°,43′ 2922,7

DF = 3°,43′ Verand. Br.

Red. : *Tang.* EBC = EB : EC

2,4771212
9,8248926

2,3020138 = *Log.* 200,4
Afgev. Br. 50°. 0′. = 3474,5

Bek. Br. 47°,48′ 3274,1

EC = 3°,12′ Verand. Br.
DF = 3°.43′

som = 5°.55′
FE = 10°. 0′

DC = 4°. 5′. = 61¼ myl voor den gevraagden afstand.

CXXXIX.

CXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 18.

Door J. R. SCHMIDT, D. N. KERKHOVEN, H. VERSCHOOR Jz., A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, *en* P. A. DUREGE.

Laat D het punt zyn daar de Schepen by elkander komen, en E het middelpunt des omgeschreven cirkels van den driehoek ADC; dan is gegeven AB = BD = 28; BC = 10; en ∠ AEF = ∠ ADC = 67°. 30'.

Nu is *Tang.* AEF : *Rad.* = AF : EF

en *Rad.* : *Tang.* BEF = EF : FB

Dus *Tang.* AEF : *Tang.* BEF = AF : BF

= =

Of *Tang.* ADC : *Tang.* DAC = $\frac{AB+BC}{2} : \frac{AB-BC}{2}$

10.3827757

0.9542425

11.3370182

1.1787596

10.0582646 = *Tang.* 48°. 50'.

Dus 41°. 10'. voor de koers van A beöosten het noorden, dus ∠ DCA = 63°. 40'. en derhalve 16°. 20'. voor de koers van C bewesten het noorden; en

$\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABE = 82°.\ 20'.$, dus $7°.\ 40'.$ voor de koers van B bewesten het noorden. Verder

Sin. ADC : *Sin.* DAC = AC : CD

1.5797836
9.8766785

11.4564621
9.9656153

1.4908468 = *Log.* 31 gezeilde mylen van C.

Sin. ADC : *Sin.* ACD = AC : AD

1,5797836
9,9524188

11,5322024
9,9656153

1,5665871 = *Log.* 37 gezeilde mylen van A.

Eindelyk:

Rad. : *Cosec.* DBG = DG : DB

11,4472580
10,0038995

1,4432585 = *Log.* 27,75

15)

Verand. Br. 1°. 52'.
Afgev. Br. 36. 0.

Bek. Br. 37. 51. ten naasten by.

CXL.

CXL. VOORSTEL.

Door den OPGEVER.

Stel $S = 2 + x + 6x^2 + 6x^3 + \&c.$

Dan is $\frac{1}{S} = \frac{1}{2 + x + 6x^2 + 6x^3 + \&c.} =$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{11}{4}x^2 - \frac{6}{4}x^3 - \frac{28}{4}x^4 - \frac{29}{4}x^5 \&c.}{S}$$

Stel dit $= \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{x^2 S_1}{S}$

Dan is $\frac{S}{S_1} = \frac{2 + x + 6x^2 + 6x^3 + \&c.}{\frac{11}{4} - \frac{6}{4}x - \frac{28}{4}x^2 - \frac{29}{4}x^3 - \&c.} =$

$$\frac{-\frac{8}{11} + \frac{4}{121}x + \frac{116}{121}x^2 + \frac{116}{121}x^3 + \frac{348}{121}x^4 + \&c.}{S_1}$$

Stel dit $= -\frac{8}{11} + \frac{4}{121}x + \frac{x^2 S_2}{S_1}$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{11}{4} - \frac{6}{4}x - \frac{28}{4}x^2 - \frac{29}{4}x^3 \text{ \&c.}}{\frac{116}{121} + \frac{116}{121}x + \frac{348}{121}x^2 + \text{\&c.}}$$

$$= -\frac{11 \cdot 121}{4 \cdot 116} + \frac{5 \cdot 121}{4 \cdot 116}x$$

Dus $$\frac{S_2}{S_1} = -\frac{4 \cdot 116}{121(11 - 5x)}$$

Maar $$\frac{S}{S_1} = -\frac{8}{11} + \frac{4}{121}x + \frac{x^2 S_2}{S_1}$$

$$= -\frac{4(2 - x + x^2)}{(11 - 5x)}$$

Dus $$\frac{S_1}{S} = -\frac{11 - 5x}{4(2 - x + x^2)}$$

Maar $$\frac{1}{S} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x + \frac{x^2 S_1}{S}$$

$$= \frac{1 - x - 2x^2 + x^3}{2 - x + x^2}$$

Dus $$S = \frac{2 - x + x^2}{1 - x - 2x + x^3} =$$

2 +

$2 + x + 6x^2 + 6x^3 + \&c.$,

en ſtellende $x = \frac{1}{5}$,

$$2 + \frac{1}{5} + \frac{6}{25} + \frac{6}{125} + \frac{17}{625} + \&c. = \frac{230}{91}.$$

dat te vinden was.

CXLI. VOORSTEL. *Fig.* 19.

Door A. L. HECTOR, *en den* OPGEVER.

Laat de cirkel AFB de Directrix zyn der Conchoïde HEI en D deszelfs pool; trek DH door het centrum C des cirkels, als mede DE en CE, die den cirkel in F en G ſnyden; dan is GE de afſtand, die het punt E der conchoïde van den cirkel heeft. Trek nu CL perpendiculair op DE, dan is EL : CL = *Rad.* : *Tang.* ∠ CEL; dus *Tang.* ∠ CEL = *Rad.* $\frac{CL}{EL}$. Dewyl nu, als CL grooter wordt, LF en dus ook LE kleiner wordt, zal *Tang.* ∠ CEL, en derhalve ∠ CEL, op het grootst zyn als het punt L in D valt, en dus DE regthoekig op CD is, en als dan zal ook EG het meest van de ſtandvaſtige EF verſchillen door dien zy er op het verst van af ſtaat; diensvolgens zal ze op het kleinst zyn; waar uit volgt, dat de Conchoïde het meest tot den cirkel nadert in die twee punten, welker voerſtralen regthoekig op de lyn zyn, die het middelpunt des cirkels met de pool vereenigt.

CXLII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, H. G. WITLAGE Jr., J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, J. SCHUITEMAKER, P. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, W. J. VAN WYK, T. J. KERKHOVEN, *en eenen ongenoemden.*

Stel de zyde $= x$, dan is het vyfhoekig getal

$$\frac{x(3x-1)}{2} = 7x$$

$$3x^2 - x = 14x$$

$$3x - 1 = 14$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Dus is het vyfhoekig getal $7x = 35$

CXLIII.

CXLIII VOORSTEL.

Door H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, P. A. DUREGE, W. J. VAN WYK, J. R. SCHMIDT, T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, *en eenen ongenoemden.*

Stel de zyde van het vyfh. get. $= x$
en de zyde van het drieh. get. $= y$
dan is:

$$\frac{3x^2 - x}{2} = \frac{y^2 + y}{2} + 2 \text{ en } x + y = 7$$

$$3x^2 - x = y^2 + y + 4 \qquad y = 7 - x$$

$$3x^2 - x = x^2 - 15x + 60 \qquad y = 4 \text{ of } 17$$

$$2x^2 = -14x + 60$$

$$x^2 = -7x + 30$$

$$x = -3\tfrac{1}{2} \pm \sqrt{42\tfrac{1}{4}}$$

dus $x = 3$ of -10

Dus is 12 of 155 het vyfhoekig getal
en 10 of 153 het driehoekig getal.

CXLIV.

CXLIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, W. J. VAN WYK, D. N. KERKHOVEN, A. J. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., T. J. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, J. SCHUITEMAKER *en* J. R. SCHMIDT.

Stel de zyde $= n$ en den hoek $= m$, dan is het getal

$$\frac{n\,(m-2\,.\,n-m-4)}{2} = 21$$

maar $n = 2\,m$ volgens het Voorstel.

Dus $$\frac{2\,m\,(m-2\,.\,2\,m-m-4)}{2} = 21$$

$$m\,(2\,m^2-4\,m-m+4) = 21$$

$$2\,m^3-5\,m^2+4\,m = 21$$

Waar uit $m = 3$ en dus $n = 6$, zoo dat 21 het zesde driehoekig getal is.

CXLV.

CXLV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE Jr., W. J. VAN WYK, J. F. KLIJPOOT, J. WESTENDORP, J. SCHUITEMAKER, P. A. DUREGE, T. J. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel ■ = s, dan is

$10x + 3\frac{1}{2}$
$x + 40\frac{1}{2}$
add.
$11x + 44\frac{1}{2}$
$x + 50\frac{1}{2}$
af
$10x - 6$
$10x + 6\frac{1}{2}$
mult.

$100x^2 + 5x - 39$ | $10 + \frac{1}{2}$
$\times x$ | $\times s$
$100x^2 + 5x^2 - 39x$ | $10x + 1$

$$\frac{100x^3 + 5x^2 - 39x}{10x + 1} = 35\tfrac{1}{2}$$

$$\frac{300x^2 + 15x^2 - 117x}{10x + 1} = 106$$

$300x^2 + 15x^2 - 117x = 1060x + 106$
$300x^3 + 15x^2 - 1177x - 106 = 0$

Hier uit $s = 2 =$ ■

CXLVI.

CXLVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, T. J. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel voor de getallen x^3, y^3, u^3 en z^3,

$$x^3 z^3 + x z = 884832$$

Hier uit is $x z = 96$

Volgens de eigenſchap der progrea is

$y^3 = x^2 z$, $x z^2 = y u z$, $u^3 = x z^2$, dus

$$x^3 + y^3 + u^3 + z^3 = x^3 + x^2 z + x z^2 + z^3 = 4160$$

Stel $x + z = m$

$$x^3 + 3 x^2 z + 3 x z^2 + z^3 = m^3$$
$$x^3 + x^2 z + x z^2 + z^3 = 4160$$

$$2 x z (x + z) = m^3 - 4160$$
$$192 m = m^3 - 4160$$

$$m^3 - 192 m - 4160 = 0$$

Hier

Hier uit $m = 20$

$$(x + z)^2 = m^2 = 400$$
$$4xz = 384$$
$$(x - z)^2 = 16$$
$$x - z = 4$$
$$x + z = 20$$
$$x = 12 \text{ en } z = 8$$

dus $x^3 = 1728, y^3 = 1152$.

$$z^3 = 768, z^3 = 512$$

CXLVII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR. *en* A. L. HECTOR.

Dit is het 4de Werkſtuk uit het 2de Boek der werkſtukken van VAN SWINDENS *Geometrie*, alwaar hetzelve is opgelost; terwyl boven dien deze oplosſing in alle Elementaire werken te vinden is.

CXLVIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE Jr., D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, W. J. VAN WYK, en J. SCHUITEMAKER.

Stel voor de getallen $x + y$ en $x - y$ dan is

$$4xy = 63$$

en $2x^4 + 6x^2y^2 = 2457x^2$

$2x^4 + 6x^2y^2 = 2457x^2$

maar $x^2y^2 = \frac{3969}{16}$

$$2x^4 + \frac{11907}{8} = 2475x^2$$

$$16x^4 - 19656x^2 + 11907 = 0$$

Stel $2x = z$, dan is

$$z^4 - 9828z^2 + 11907 = 0$$

Hier uit $z = 21$

dus $x = 10\frac{1}{2}$ en $y = 1\frac{1}{2}$

Zoo dat $x + y = 12$

en $x = y = 9$

de getallen zyn.

CXLIX.

CXLIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, W. J. VAN WYK, P. A. DUBEGE, T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, J. WESTENDORP, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel de getallen x, y, en z; zoo is volgens het voorstel

$$x^3 + y^3 + z^3 = 368$$
$$x + y^3 = 128$$
$$y^3 + z = 131$$

dus
$$z - x = 3$$
$$x^3 - x + z^3 = 240$$
$$z^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

$$2x^3 + 9x^2 + 26x - 213 = 0$$

waar uit $x = 3$, dus $z = 6$,

$$y^3 = 125$$
$$y = 5$$

CL. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, J. SCHUITEMAKER, A. L. HECTOR, J. WESTENDORP, P. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, W. J. VAN WYK, *en eenen ongenoemden.*

Stel de getallen x, y en z, dan is

$$x + y + z = a$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = a^2$$
$$x^2 + y^2 + z^2 \qquad\qquad = c$$

$$2(xy + xz + yz) = a^2 - c$$

$$xy + xz + yz = \frac{a^2 - c}{2}$$

Nu is bekend de som der getallen $= a$

de som der producten 2 aan 2 $= \frac{a^2 - c}{2}$

en het product van alle drie $= b$

Hier van geformeerd deze vergelyking

$$p^3 - ap^2 + \frac{a^2 - c}{2} p - b = 0$$

Dit

Dit in getallen gebragt, geeft

$$p^3 - 10p^2 + 31p - 30 = 0$$

De wortels dezer vergelyking zyn 2, 3, en 5, de begeerde getallen.

CLI. VOORSTEL. *Fig.* 20.

Door den OPGEVER, J. F. KLIEFOOT, A. L. HECTOR, *en* J. R. SCHMIDT.

Beſchryf met de gegevene lyn r als radius, uit eenig punt E in een der lynen CD, naar welgevallen, een boogje, dat AB ſnydt in F; trek EF en met dezelve door het punt P eene evenwydige RPS, het welk de begeerde lyn zyn zal.

CLII. VOORSTEL. *Fig.* 21.

Door O. S. BANGMA.

Van dit Voorſtel is geen voldoende Ontbinding ingekomen; J. SCHUITEMAKER berigt ons, dat het hem te onbepaald voorkomt, en ik ben het volkomen met hem eens: Er zyn acht onbekende grootheden, waar naar gevraagd wordt, en het voorſtel levert ſlechts zes vergelykingen om dezelve te vinden. Laat A het eene Schip en B het andere zyn, A Noord-Oost van B en B Zuid-West van A, AD $= a$ de gezeilde verheid van A en BC $= b$ de gezeilde verheid van B. Laten de me-

ridiaan BD en de parallel AC elkander ontmoeten in E; Stel de noorder-breedte van A $= x$, die van B $= y$, het verſchil van lengte tusſchen A en B $= m$, tusſchen C en B $= n$, $\angle$ EBC $= k$, $\angle$ EDA $= h$, AB $= v$, en DC $= u$, dan heeft men volgens de hoofdquestie des eerſten deels pag. 4 en 5,

$$x - y = v \,.\, Cof.\, 45^{\circ}. = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad . \; . \; . \quad (A)$$

$$x - y = b \,.\, Cof.\, k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (B)$$

$$m = Log. \frac{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}x)}{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}y)} \quad . \; . \; . \; . \quad (C)$$

$$n.Cot.k = Log. \frac{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}x)}{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}y)} \quad . \; . \; . \; . \quad (D)$$

Stel de breedte van D $= z$ en $\angle$ EDC $= r$, dan heeft men volgens de aangehaalde plaats,

$$x - z = a \,.\, Cof.\, h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (E)$$

$$x - z = u \,.\, Cof.\, r \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (F)$$

$$m \,.\, Cot.\, h = Log. \frac{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}x)}{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}z)} \quad . \; . \; . \quad (G)$$

$$n \,.\, Cot.\, r = Log. \frac{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}x)}{Tang.(45^{\circ} + \frac{1}{2}z)} \quad . \; . \; . \quad (H)$$

Zie daar acht vergelykingen en tien onbekenden, te weten: v, u, x, y, h, k, m, n, die gevraagd worden, z en r, die ik zelf heb ingevoerd, zonder dat er in het Voorſtel meer ſtof tot eene vergelyking te vinden zy, zoo dat er twee bekendheden ontbreken

ken om het Voorſtel op te losſen. Dit heb ik gemeend tot opheldering aan den minkundigen lezer te moeten mededeelen.

CLIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, D. N. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, T. J. KERKHOVEN, *en* H. G. WITLAGE Jr.

Wyl de ſommen der poſitieve en negatieve coëfficienten, in de gegevene vergelyking, gelyk aan elkander zyn, zoo is een der wortels $= +1$; en wyl de ſommen der poſitieve en negatieve coëfficienten ook gelyk zyn, wanneer men de onevene magten van teeken verandert, zoo is een der wortels $= -1$.

Deelende dus de vergelyking door $x^2 - 1$, zoo is

$$x^6 - x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 3 = 0$$

Op dezelfde wyze vinden wy ook voor deze vergelyking $+1$ en -1 als wortels; wy deelen dus dezelve wederom door $x^2 - 1$ en vinden

$$x^4 - 2x - 3 = 0$$

Hier in vinden wy nog eenen wortel $= -1$, en deelen dus de vergelyking door $x + 1$, waar door wy verkrygen

$$x^3 - x^2 + x - 3 = 0$$

en ſtellende in deze $x = \frac{y+1}{3}$

$$y^3 + 6y - 74 = 0$$

waar uit wy door het theorema van CARDANUS vinden

$$y = \sqrt[3]{(37 + \sqrt{1377})} + \sqrt[3]{(37 - \sqrt{1377})}$$

$$y = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} \cdot \sqrt[3]{(37 + \sqrt{1377})}$$

$$- \frac{1+\sqrt{-3}}{2} \cdot \sqrt[3]{(37 - \sqrt{1377})}$$

en $y = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} \cdot \sqrt[3]{(37 + \sqrt{1377})}$

$$- \frac{1-\sqrt{-3}}{2} \cdot \sqrt[3]{(37 - \sqrt{1377})}$$

Waar door $x = \frac{y+1}{3}$ bekend is, en dus de 3 wortelen der gegevene vergelyking bepaald zyn.

CLIV. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel het eene deel van het quadrant $= x$, dan is het andere $= 90^\circ - x$, en

Tang.

$$Tang.x + Cot.x = 5\,(Sec.x - Cosec.x)$$

$$r\left(\frac{Sin\ x}{Cos.x} + \frac{Cos.x}{Sin.x}\right) = 5r^2\left(\frac{1}{Cos.x} - \frac{1}{Sin.x}\right)$$

$$Sin.x^2 + Cos.x^2 = 5r\,(Sin.x - Cos\,x$$

$$Sin.x^2 + Cos.x^2 = r^2$$

$$5\,(Sin.x - Cos.x) = r$$

$$5\,Sin.x = r + 5\,Cos.x$$

$$25\,Sin.x^2 = r^2 + 10r.\,Cos.x + 25\,Cos.x^2$$

$$25\,Cos.x^2 = 25\,Cos.x^2$$

$$25\,r^2 = r^2 + 10r.\,Cos.x + 50\,Cos.x^2$$

$$50\,Cos.x^2 = -10r.\,Cos.x + 24r^2$$

$$25\,Cos.x^2 = -5r.\,Cos.x + 12r^2$$

$$5\,Cos.x = -\tfrac{1}{2}r \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}r^2 + 12r^2}$$

$$= -\tfrac{1}{2}r \pm \tfrac{7}{2}r = 3r$$

dus $Cos.x = \frac{3}{5}r$

en $Sin.x = \frac{4}{5}r$

dus $x = 53°.\,8'.$ het eene deel

en $36°.\,52'.$ het andere deel.

Om de radius r te bepalen, heeft men

$$Tang.x - Cot.x = 2\,(Sin.x^2 - Cof.x^2)$$

$$r\left(\frac{Sin.x}{Cof.x} - \frac{Cof.x}{Sin.x}\right) = 2\,(Sin.x^2 - Cof.x^2)$$

Deze formule met $Sin.x \,.\, Cof.x$ vermenigvuldigt en door $Sin.x^2 - Cof.x^2$ gedeeld, zoo heeft men:

$$2\,Sin.x \,.\, Cof.x = r$$

of $\quad 2 \,.\, \frac{12}{13} \quad r^2 \quad = r$

Dus $\quad r \quad = 1\frac{1}{12}$

CLV. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, D. N. KERKHOVEN, J. C. SCHRÖDER, W. J. JUNIUS VAN HEMERT, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel de deelen x, $2x$, $3x$, en y, dan is

$$6x + y = \text{een minimum}$$

dus $\quad 6\,dx + dy = 0$

De som der producten

$$11x^2y + 6x^2 = 39930$$

dus

dus $(22xy + 18x^2)\,dx + 11x^2\,dy = 0$

maar $66x^2\,dx + 11x^2\,dy = 0$

dus $(22xy - 48x^2)\,dx = 0$

$11y - 24x = 0$

dus $11y = 24x$

dus $30x^3 = 39930$

$x^3 = 1331$

$\sqrt[3]{}$

$x = 11$

$2x = 22$

$3x = 23$

$y = 24 \cdot \frac{x}{11} = 24$

dus het getal $6x + y = 90$

CLVI. VOORSTEL.

Door T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, W. J JUNIUS VAN HEMERT, J. C. SCHRÖDER, P. A. DUREGE, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel voor de deelen $2x$, $3x$, $4x$, $315 - 9x$; dan is volgens het voorſtel

— 210

$$-210\,x^3 + 8190\,x^2 = \text{minimum}$$

$$\text{dus } -630\,x^2 + 16380\,x = 0$$

$$\text{en } x = 26$$

Dus zyn'de deelen 52, 78, 104, en 81.

CLVII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, C. J. SCHRÖDER, W. J. JUNIUS VAN HEMERT, P. A. DUREGÉ, D. N. KERKHOVEN, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel de beide eerſte deelen $2x$ en $2x$, en de beide laatſte deelen $3y$ en $4y$, dan is de ſom der producten,

$$6x^2 + 35xy + 12y^2 = \text{maximum}$$

$$\text{en } 5x + 7y = 1262$$

$$\text{dus } (12x + 35y)\,dx + (35x + 14y)\,dy = 0$$

$$\text{en } 5\,dx + 7\,dy = 0$$

$$\text{dus } dx = -\tfrac{7}{5}\,dy$$

$$(12x + 35y)\cdot\tfrac{7}{5} = 35x + 24y$$

$$16\tfrac{4}{5}\,x + 49y = 35x + 24y$$

$$25y = 18\tfrac{1}{5}\,x$$

$$125\,y = 91\,x$$

$$x = \tfrac{125}{91}\,y$$

$$\tfrac{625}{91}\,y + 7\,y = 1262$$

$$1262\,y = 1262 \cdot 91$$

$$y = 91$$

dus $x = 125$

dus zyn de deelen 250, 375, 273, 364.

CLVIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, D. N. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, *en* P. A. DUREGE.

Stel x, $2x$, $2y$, $3y$, $3z$, $5z$, voor de deelen en a voor hunne som, dan heeft men

$$3x + 5y + 8z = a$$

$$5x^2 + 13y^2 + 34z^2 = \text{minimum}$$

$$3\,dx + 5\,dy + 8\,dz = 0$$

$$10\,x\,dx + 26\,y\,dy + 68\,z\,dz = 0 \quad \text{2}$$

$$20\,x\,dx + 52\,y\,dy + 136\,z\,dz = 0$$

maar $$136\,dz = -5\,dy - 3\,dx \quad \text{17}$$

$$136\,dz = -85\,dy - 51\,dx$$

dus

dus $(20x - 51z)\,dx + (52y - 85z)\,dy = 0$

dus $20x = 51z$, en $52y = 85z$

$$x = \tfrac{51}{20}z \qquad y = \tfrac{85}{52}z$$

$$\tfrac{1}{20}\tfrac{5}{1}z + \tfrac{4}{5}\tfrac{2}{5}z + 8z = a$$

260

$$(1989 + 2125 + 2080)\,z = 260\,a$$

$$6194\,z = 260\,a$$

$$3097\,z = 130\,a$$

$$z = \tfrac{130}{3097} \cdot a$$

$$x = \tfrac{663}{6194} \cdot a$$

$$y = \tfrac{425}{6194} \cdot a$$

Hier uit ziet men dat a niet kleiner zyn kan dan 6194, waar door $x = 663$, $y = 425$, $z = 260$, en dienvolgens 663, 1326, 850, 1275, 780, en 1300 voor de zes deelen.

CLIX. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, P. A. DUREGE, J. R. SCHMIDT, *en* T J KERKHOVEN.

Stel u, $2u$, $3x$, $5x$, $6y$, $7y$, en z voor de deelen, en a voor hunne som, dan is

$$3u + 8x + 13y + z = s$$
$$3du + 8dx + 13dy + dz = 0$$
$$dz = -(3du + 8dx + 13dy)$$
$$5u^2 + 34x^2 + 85y^2 + z^2 = \text{min.}$$
$$5udu + 34xdx + 85ydy + zdz = 0$$

Stel hier in voor dz zyne waarde, zoo heeft men

$$(5u - 3z)du + (34x - 8z)dx + (85y - 13z)dy = 0$$

dus $5u = 3z$, $u = \frac{3}{5}z$
$17x = 4z$, $x = \frac{4}{17}z$
$85y = 13z$, $y = \frac{13}{85}z$

Hier uit blykt dat z niet kleiner dan 85 zyn kan, waar uit volgt $u = 51$, $x = 20$, $y = 13$, dus 51, 102, 60, 100, 78, 91 en 85 voor de zeven deelen; makende te zamen 567.

CLX. VOORSTEL. *Fig.* 22.

Door den OPGEVER, *en* A. L. HECTOR.

Stellende de zons hoogte $ZS = x$, dan is de hoogte van Capella $NK = 3x$, en de hoogte van den grooten hond $ZA = 2x$, dus $ZA + NK = 5x$.

Voors $LA = 16°.\ 26'.$ groote hond Z. Decl.
$PK = 44.\ 14.$ Capella van de pool.
$LP = 90.\ 0.$

ATK

$$\begin{aligned} ATK &= 150.\ 40. \\ &\quad 180.\ 0. \\ ZA + NK &= 29.\ 20. = 5x \\ SA = ZS &= 5.\ 52 = x \\ LA &= 16.\ 26 \\ LS &= 22.\ 18 \text{ zons zuider declinatie} \end{aligned}$$

en vermits de zon afnemende zuider declinatie heeft, is dit geweest op den 8 January 1805.

CLXL VOORSTEL. *Fig.* 23.

Door den OPGEVER, *en* A. L. HECTOR.

Daar in 1800 het guldengetal 15 en de zonnecirkel 17 was, zoo moet in het jaar 1803 de zonnecirkel 20 en het guldengetal 18 geweest zyn; dus is 1805 het begeerde jaargetal.

Om nu de breedte te vinden, daar de zon en ſterren zyn waargenomen, heeft men

$$\begin{aligned} AZ &= 143\tfrac{1}{2} \text{ deelen} \\ WZ &= 104\tfrac{1}{2} \text{ ——} \\ WA &= 39 \text{ deelen} \\ BE &= 39 \text{ ——} \\ ED &= 86 \text{ ——} \\ AW + DB &= 164 \text{ deelen.} \end{aligned}$$

Deze worden in graden en minuten dus gevonden.

WL

WL = 9°. 4'. Z. Declinatie
LP = 90. 0.
PD = 27. 1°. aft. van de Pool.

WD = 136°. 16'.
180. 0.

AW + DB = 43 44.

deelen deelen
164 : 43°. 44'. = 39 : AW in graden

komt AW = 10°. 24'.
WL = 19. 4.

AL = 29. 28.
AT = 90 0.

NP = LT = 60°. 32'. Noorder breedte, daar de zon en de ſterren zyn waargenomen. Wederom

161 : 43°. 44'. = 143‡ : AZ in graden

4. komt AZ = 38°. 12'. zons hoogte
AL = 29. 28.

Dus ZL = 8°. 44', zons N. Decl.

Deze in de declinatie tafels opgezocht, blykt het dat het is geweest op den 31 Auguſtus 1805; en vermits toen 18 etmalen na de eerſte peiling gezeild is, is deze eerſte peiling geſchied op den 13 Auguſtus 1805, toen de zons Noorder-declinatie was 14°. 43'.

Om nu de afgevarene plaats te vinden, heeft men:

ZA = 24°. 16'.
ZL = 14. 44.

AL = 9. 26.
AT = 90. 0.

LT = 80. 34. afgev. N. Br. en volgens het voorſtel op 26°. 0. lengte.

Om nu den koers en de veranderde lengte der eerſte zeilagie te vinden, is uit het voorgaande bekend, het verſchil der afgevaarene en bekomene breedte; en volgens het voorſtel de verheid = 18 × 17 = 306 mylen = 1224 min.

Afgev. Br.	80°. 34'.	Vergr. Br.	8576,6
Bek. Br.	60. 32.	———	4591,9
	20. 2.		3984,7
	60		
	1202		

1202 : *Rad.* = 1224 : Sec. koers

3.08778
10.00000
13.08778
3.07990

10.00788 Sec. 10°. 53'. voor den koers bewesten het zuiden.

Rad.

Rad. : 39843,7 = *Tang.* 10°. 53′ : Verand. Lengte

9.28391
3.60040

2.88431 *Log.* 766
60

12°. 46′. Verand. Lengte
26. 0. Afgev. Lengte

13. 14. Bek. Lengte.

Om nu aan het begeerde van de tweede zeilagie te voldoen, zoo is volgens de vraag de koers zoodanig, dat de breedte $6\frac{1}{2}$ graad of 6°. 55′. is verminderd, en de lengte 5°. vermeerderd; dus vindt men de laatste bekomene breedte en lengte aldus:

Afgev. N. Br. 60°. 32′, lengte 13°. 14′.
om de Zuid 6. 55, Oost 5°. 0.

Bek. N. Br. 53. 27., lengte 18. 14.

60°. 32′ Vergr. Br. 4591,9 5°
53. 27 3808,9 60

6. 55 783,0 300′
60

415′

Om den koers te vinden,

783,0 : *Rad.* = 300 : *Tang.* koers

3,47712
10,00000
13,47712
3,89376
9,58336 *Tang.* 20°. 58′.

Om de verheid te vinden,

Rad. : 415 = *Sec.* 20°. 58′ : de verh.

10,02975
2,61805
2,64780 *Leg.* 444
4
111 mylen.

Dus is uit het voorgaande gebleken, dat op deze viervoudige vraag deze antwoorden komen:

1°. Dat het is geweest den 13 Augustus 1805 toen de eerſte peiling geſchied is.

2°. De afgevarene noorder breedte was 80°. 34′. en volgens het voorſtel 26°. lengte.

3°. Dat men na 18 dagen zeilens is gekomen op 60°. 32′. noorder breedte en 13°. 14′. lengte, met een' koers van 10°. 53′. bewesten het zuiden.

4°. Dat de koers der laatſte zeilagie is geweest 20°. 58′. beöosten het zuiden en de verheid 111 mylen, en gekomen op 53°. 27′. noorder breedte en 18°. 14′. lengte.

CLXII.

CLXII. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI, J. R. SCHMIDT, T. J. KERKHOVEN, F. G. A. DE LELIE, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. A. DUREGE, D. N. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, J. ROOSEKRANS, J. WESTENDORP, *den* OPGEVER, H. KLUMPER, P. HAGE, *en* M. B. VAN DE VELDE.

Stel het jaargetal $= 2x$
en den ouderdom $= 4y$, dan is

$$x + 4y = 946$$

$$x^2 + 8xy + 16y^2 = 929296 \quad V$$

maar $2xy = 27962$

$$16xy = 223696 \quad 8$$

dus $x^2 - 8xy + 16y^2 = 705600$ V

$$x - 4y = 840$$
$$x + 4y = 964$$

komt $2x = 1804$ het jaargetal
en $4y = 62$ den ouderdom.

CLXIII. VOORSTEL.

Door P. HAGE, *den* OPGEVER, P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, H. G. WITLAGE JR., J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, D. N. KERKHOVEN, H. W. CASPARI, J. ROOSEKRANS, J SCHUITEMAKER, F. G. DE LELIE, T. J. KERKHOVEN, H. KLUMPER, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, J. WESTENDORP, *en* M. B. VAN DE VELDE.

De oplossing van dit voorstel vindt men reeds op bladzyde 146 van het eerste deel, en andermaal op bladzyde 234 van hetzelve.

CLXIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. F. KLIEFOOT, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., T. J. KERKHOVEN, H. C. SCHUSLER, H. KLUMPER, A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, P. HAGE, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP, J. SCHUITEMAKER, H. W. CASPARI, *en* M. B. VAN DE VELDE.

Stel het jaargetal na 1700, waar in de jongste geboren is $= x$, en dat des oudsten $= 126 - x$, de

de verjaardag der maand des jongſten $= y$ en die des oudſten $= y + 14$, dan is

$$(126 - x)^2 + x^2 = 7940$$
$$15876 - 252\,x + 2\,x^2 = 7940$$
$$2\,x^2 - 252\,x = -7936$$
$$2$$
$$x^2 - 126\,x = -3968$$
$$63^2 = 3969$$
$$x^2 - 126x + 63^2 = 1$$
$$\sqrt{}$$
$$x - 63 = \pm 1$$
$$x = 64$$
$$126 - x = 62$$

Voorts

$$(y + 14)^2 \cdot y^2 = 20796875$$
$$\sqrt[2]{}$$
$$y^2 + 14\,y = 875$$
$$49 = 49$$
$$y^2 + 14y + 49 = 324$$
$$\sqrt{}$$
$$y + 7 = 18$$
$$y = 11$$
$$y + 14 = 25$$

Dus de jongſte geboren den 11 Augustus 1764. en de oudſte den 25 Augustus 1762.

CLXV. VOORSTEL. *Fig.* 9.

Door den OPGEVER, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel $84 = a$, $BD = w$, $AB = x$, $BC = y$, $AC = z$, $AD = t$, $DC = v$, dan is $z = t + v$, $\frac{1}{2} wz = a = \frac{1}{2}(t+v)w$.

$$x^2 - w^2 = t^2$$

$$l^2 x^2 - l^2 w^2 = l^2 t^2 = (mw - lx)^2$$

$$-l^2 w^2 = m^2 w^2 - 2lxmw$$

$$-l^2 w = m^2 w - 2lxm$$

$$x = \frac{(m^2 + l^2)w}{2lm}$$

$$x - w = \frac{(m-l)^2 w}{2lm}$$

$$x + w = \frac{(m+l)^2 w}{2lm}$$

mult.

$$x^2 - w^2 = \frac{(m^2 - l^2)^2 w^2}{4 l^2 m^2}$$

$t =$

$$t = \frac{(m^2 - l^2)\, w}{2\, l\, m}$$

$$y^2 - w^2 = v^2$$

$$\text{---------- } m^2$$

$$m^2 y^2 - m^2 w^2 = m^2 v^2 = (n w - m y)^2$$

$$- m^2 w^2 = n^2 w^2 - 2\, m n w y$$

$$w \text{ ----------}$$

$$- m^2 w = n^2 w - 2\, m n y$$

$$y = \frac{(n^2 + m^2)\, w}{2\, m n}$$

$$y + w = \frac{(n + m)^2\, w}{2\, m n}$$

$$y - w = \frac{(n - m)^2\, w}{2\, m n}$$

$$\text{---------- mult.}$$

$$y^2 - w^2 = \frac{(n^2 - m^2)^2\, w^2}{4\, m^2 n^2}$$

$$V \text{ ----------}$$

$$v = \frac{(n^2 - m^2)\, w}{2\, m n}.$$

$$z = v + t = \frac{(n^2 - m^2)\, w l + (m^2 - l^2) w n}{2\, m n l}$$

$$= \frac{n^2 wl - l^2 wn - m^2 wl + m^2 wn}{2\,mnl}$$

$$= \frac{(m^2 + ln)\,(n - l)\,w}{2\,mnl}.$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \tfrac{1}{2}\,w$$

$$a = \frac{(m^2 + ln)\,(n - l)\,w^2}{4\,mnl}$$

$$w^2 = \frac{4\,amnl}{(m^2 + ln)\,(n - l)}$$

Stel $amnl = (n - l)\,p^2$

en $m^2 + ln = \square$

komt $l = \dfrac{np^2}{amn + p^2}$

$$ln = \frac{n^2 p^2}{amn + p^2}$$

$$m^2 = \frac{m^2 p^2 + am^3 n}{amn + p^2}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$m^2 + ln = \frac{am^3 n + m^2 p^2 + n^2 p^2}{amn + p^2} = \square$$

Stel den wortel hier uit $= (n - m)$, zoo vindt men

$m =$

$$m = \frac{an^2 - 2p^2}{2an}$$

$$l = \frac{2p^2}{an}$$

Laat $p = 21$ en $n = 7$ zyn, dan is $l = \frac{3}{2}$, $m = \frac{11}{4}$, $w = \frac{169}{17}$, $x = \frac{2198}{187}$, $y = \frac{2715}{137}$, en $z = 17$.

CLXVI. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., P. HAGE, J. WESTENDORP, F. G. A. DE LELIE, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel de getallen x, y, z, dan is

$$x + y + z = 69$$

$$yz - y^2 - xz + xy = 90$$

$$x : z = y - x : z - y$$

$$xz - xy = zy - xz$$

$$yz - 2xz + xy = 0$$

$$yz - xz + xy = 90 + y^2$$

$$xz = 90 + y^2$$

2

2 xz

$$2xz = 180 + 2y^2$$
$$2xz = yz + xy$$

$$180 + 2y^2 = y(x+z) = y(69-y)$$
$$180 + 3y^2 = 69y$$
$$60 + y^2 = 23y$$

hier uit $y = 20$

$$x + z = 69 - y = 49$$
$$xz = 90 + y^2 = 490$$
$$(x+z)^2 = 2401$$
$$4xz = 1960$$

$$(x-z)^2 = 441$$
$$x - z = 21$$

dus $x = 35$, $y = 20$, en $z = 14$, de getallen.

CLXVII. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., P. N. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, F. G. A. DE LELIE, *en* P. HAGE.

Stel de getallen x, y, z, dan is $xyz = 80$,

$x^2 +$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 76,\ 2xz = (x+z)\,y = \frac{160}{y}$$

$$x^2 + z^2 = 76 - y^2$$

$$2xz = \frac{160}{y}$$

$$x + z = \sqrt{\frac{160}{y} + 76 - y^2} = \frac{160}{y^2}$$

$$\frac{160}{y} + 76 - y^2 = \frac{25600}{y^4}$$

$$160\,y^3 + 76\,y^4 - y^6 = 25600 \qquad \times\, y^4$$

waar uit $y = 4$

$$x + z = 10$$

$$(x+z)^2 = 100$$

$$4xz = 80$$

$$(x-z)^2 = 20$$

$$x - z = 2\sqrt{5}$$

$$x + z = 10$$

$$x = 5 + \sqrt{5}$$

$$z = 5 - \sqrt{5}$$

CLXVIII.

CLXVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, *en* F. G. A. DE LELIE.

Stel de getallen $x-y$, $\frac{x^2-y^2}{x}$ en $x+y$, dan is volgens het voorstel

$$\frac{3x^2-y^2}{x} = 32\tfrac{1}{2} \text{ en } \frac{3x^4+y^4}{x^2} = \frac{(x^2-y^2)^2}{x}$$

$$3x^2-y^2 = 32\tfrac{1}{2}x$$

$$y^2 = 3x^2 - 32\tfrac{1}{2}x$$

$$y^4 = 9x^4 - 195x^3 + 1056\tfrac{1}{4}x^2$$

$$\sqrt{\frac{3x^4+y^4}{x}} = x^2-y^2$$

$$= 32\tfrac{1}{2}x - 2x^2$$

$$\frac{3x^4+y^4}{x} = \frac{4225}{4}x^2 - 130x^3 + 4x^4$$

$$3x^4+y^4 = \frac{4225}{4}x^3 - 130x^4 + 4x^5$$

$y^4 =$

$$y^4 = \frac{4225}{4} x^3 - 133 x^4 + 4 x^5$$

$$y^4 = \frac{4225}{4} x^2 - 195 x^3 + 9 x^4$$

$$-\frac{4225}{4} + \frac{5005}{4} x - 142 x^2 + 4 x^3 = 0$$

$$16 x^3 - 568 x^2 + 5005 x - 4225 = 0$$

waar uit $x = 13$

dus $y^2 = (3x - 32\frac{1}{2}) x$

$$= 6\frac{1}{2} \cdot 13 = \frac{13 \cdot 13}{2}$$

$$y = 13 \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$x - y = 13 (1 - \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x} = 6\frac{1}{2}$$

$$x + y = 13 (1 + \sqrt{\frac{1}{2}})$$

CLXIX.

CLXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, H. G. WITLAGE Jr., J. C. SCHRÖDER, J. SCHUITEMAKER, T. J. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, P. HAGE, H. W. CASPARI, F. G. A. DE LELIE, *en* J. WESTENDORP.

Stel de hypothenuse $BC = x^2$, zoo is $AB = 3x$, en $AC = \sqrt{x^4 - 9x^2}$, dus

$$x^2 + 3x + \sqrt{x^4 - 9x^2} = 60$$

$$\sqrt{x^4 - 9x^2} = 60 - x^2 - 3x$$

$$x^4 - 9x^2 = 3600 - 360x - 111x^2 + 6x^3 + x^4$$

$$6x^3 - 102x^2 - 360x + 3600 = 0$$

$$x^3 - 17x^2 - 60x + 600 = 0$$

hier uit $x = 5$

dus $AB = 15$, $BC = 25$ en $AC = 20$

CLXX.

CLXX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. ROOSEKRANS, H. W. CASPARI, P. HAGE, F. G. A. DE LELIE, H. C. SCHUSLER, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, A. L. HECTOR, H. G. WITLAGE Jr., J. F. KLIEFOOT, J. C. VAN SETTEN, D. N. KERKHOVEN, J. SCHUITEMAKER, A. VAN DER SWAN, H. KLUMPER, T. J. KERKHOVEN, *en* J. WESTENDORP.

Stel de getallen x en y, dan is, $xy = 10$ en

$$x + y = 10$$

$$(x + y)^2 = 100$$

$$4xy = 40$$

$$(x - y)^2 = 60$$

$$x - y = 2\sqrt{15}$$

$$x + y = 10$$

$$x = 5 + \sqrt{15}$$

$$y = 5 - \sqrt{15}$$

CLXXL VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, H. C. SCHUSLER, F. G. A. DE LELIE, H. W. CASPARI, P. HAGE, T. J. KERKHOVEN, J. ROO-SEKRANS, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE Jr., J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stel x zeed. halven, y vyfëntwintigen, en z ducatons, dan is

$$5\tfrac{1}{2}x + 25y + 63z = 20(x + y + z)$$
$$-14\tfrac{1}{2}x + 5y + 43z = 0$$
$$-29x + 10y + 86z = 0 \quad \text{(2)}$$
$$10y = 29x - 86z \quad \text{(10)}$$
$$y = 3x - 9z - \frac{x - 4z}{10}$$

Stel $\dfrac{x - 4z}{10} = p$

$$x = 4z + 10p$$
$$y = 3x + 29p$$
$$x + y + z = 8z + 39p$$

Stel

Stel nu p op het kleinst $= 0$, en $z = 1$, dan is 8 gulden het kleinst mogelyk heel getal.

CLXXII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel x en y voor de regthoekszyden, dus

$$x - \tfrac{1}{2}xy = \square \text{ en } y - \tfrac{1}{2}xy = \square$$

Stel $x - \frac{1}{2}xy = a^2$, $x = n\,a$

$y - \frac{1}{2}xy = b^2$, $y = m\,b$

zoo is $n - \frac{1}{2}mnb = a$

en $m - \frac{1}{2}mna = b$

$$m + n - \tfrac{1}{2}mn(a+b) = a+b$$
$$m - n - \tfrac{1}{2}mn(a-b) = b-a$$

Waar door

$$a + b = \frac{m+n}{1 + \frac{1}{2}mn}$$

$$a - b = \frac{n-m}{1 - \frac{1}{2}mn}$$

Neem $m = 3$, en $n = 2$, zoo is

$$a + b = \tfrac{5}{4}$$
$$a - b = \tfrac{3}{4}$$
$$a = \tfrac{7}{8},\ x = \tfrac{14}{3}$$
$$b = \tfrac{1}{8},\ y = \tfrac{2}{3}$$

CLXXIII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, P. A. DUREGE, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel nx en my voor de regthoekszyden,

$$nx + \tfrac{1}{2}mnxy = x^2$$
$$my + \tfrac{1}{2}mnxy = y^2$$

zoo is $n + \tfrac{1}{2}mny = x$

$$m + \tfrac{1}{2}mnx = y$$
$$m + n + \tfrac{1}{2}mn(x+y) = x+y$$
$$m - n + \tfrac{1}{2}mn(x-y) = y-x$$

Waar door

$$x + y = \frac{m+n}{1 - \frac{1}{2}mn}$$

$x-y$

$$x-y=\frac{n-m}{1+\frac{1}{2}mn}$$

Neem $m=1$, $n=\frac{6}{3}$, zoo is

$$x+y=7$$
$$x-y=\frac{1}{3}$$
$$x=\frac{18}{5},\ nx=7\frac{4}{5}$$
$$y=\frac{17}{5},\ my=3\frac{2}{3}$$

CLXXIV. VOORSTEL. *Fig.* 24.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., *en* A. L. HECTOR.

Laat AB $=x$, BC $=y$, $\angle$ BAC $=45°$, en BD $\perp$ AC zyn, dan is

$$\square AD+\square BD=\square AB=x^2$$

maar $\square AD=\square BD$, dus $=\frac{1}{2}x^2$

Ook is $\frac{AB\times BC}{BD}=BE$ of $\frac{xy}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2}}=14$, dus $y=\sqrt{98}$.

Wederom

$$\square BC - \square BD = \square CD = 98 - \tfrac{1}{2}x^2$$

$$CD = \sqrt{98 - \tfrac{1}{2}x^2}$$

$$AD = \sqrt{\tfrac{1}{2}x^2}$$

$$AC = \sqrt{\tfrac{1}{2}x^2} + \sqrt{98 - \tfrac{1}{2}x^2}$$

$$\frac{AC \times BD}{2} = \tfrac{1}{4}x^2 + \sqrt{12\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{16}x^4} = 42$$

$$\sqrt{12\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{16}x^4} = 42 - \tfrac{1}{4}x^2$$

$$12\tfrac{1}{4}x^2 - \tfrac{1}{16}x^4 = 1764 - 21x^2 + \tfrac{1}{16}x^4$$

$$\tfrac{1}{8}x^4 - 33\tfrac{1}{4}x^2 = -1764$$

$$x^4 - 266x^2 + 17689 = 3577$$

$$x^2 - 133 = \pm\sqrt{3577}$$

$$x^2 = 133 \pm \sqrt{3577}$$

$$x = \sqrt{133 \pm \sqrt{3577}} = AB$$

$$y = \sqrt{98} = BC$$

Eindelyk

$$AC = \frac{2\triangle ABC}{BD} = \frac{84}{\sqrt{\tfrac{1}{2}x^2}} = \sqrt{133 \pm \sqrt{3577}}$$

CLXXV.

CLXXV. VOORSTEL. *Fig.* 25.

Door A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, *en* P. A. DUBEGE.

Laat EGHIK de vyfhoek zyn en C het middelpunt; trek de diameter AB evenwydig aan de zyde HI; deel BC midden door in D; trek DE; maak DF = DE en trek EF, die volgens meetkunde eene zyde des vyfhoeks zyn zal; verleng GH, KI en EC tot dat zy te zamen komen in L; trek op E en L perpendiculairen $= \frac{1}{2}EL = EM = ML$. Trek uit K op EL de perpendiculair PK; trek vervolgens PM en PO, die de zyden des vyfhoeks in Q en R snyden; maakt GS = KQ en HF = JR en vereenigt de punten R, Q, S, T, met regte lynen, die een quadraat zullen vormen, want regthoek VRQU is gelykvormig met regthoek EO, en dus $VR = \frac{1}{2}QR$, en FR = QR, diensvolgens RQSF een quadraat. Trek CH en EH en stel $CE = a$, dan is $ED = \sqrt{EC^2 + CD^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}}$, $FC = \frac{1}{2}a\sqrt{5} - 1$, $EF = HI = \sqrt{FC^2 + EC^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$; $HM = \frac{1}{4}HI = \frac{1}{4}a\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$, $CM = \sqrt{CH^2 - HM^2} = \frac{1}{4}a(1 + \sqrt{5})$; dus $EM = \frac{1}{4}a(5 + \sqrt{5})$; $EH = \sqrt{HM^2 + EM^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$, dus $PK = \frac{1}{2}EH = \frac{1}{4}a\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$; verder

$$PK : LO = PR : RO$$
$$= QR : NO - QR \text{ (Meetk.)}$$

$$PK : EM = QR : 2\,EM - QR$$

$$PK + EM : PK = 2\,EM : QR$$

dus $$QR = \frac{2\,EM \cdot PK}{PK + EM}.$$

$$= \frac{a\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\,(5 + \sqrt{5})}{2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + 10 + 2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{a\,(5 + \sqrt{5})}{2 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

$$= 1.\,2\,3\,4\,6\,a \text{ nagenoeg.}$$

CLXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. C. SCHRÖDER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DURREE, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, *en* D. N. KERKHOVEN.

Stel de geometriſche progres

$$x,\ xy,\ xy^2,\ xy^3,\ \&c.$$

dan is de arithmetiſche

$$x,\ x+y,$$

$x, x+y, x+2y, x+3y$, &c.

$0, xy-x-y, xy^2-x-2y, xy^3-x-3y$, &c.

$xy-x-y, xy^2-xy-y, xy^3-xy^2-y$, &c.

$xy^2-2xy+x, xy^3-2xy^2+xy$

Hier uit ziet men dat de rede van deze gevormde geom. progres y is, maar nu is volgens het voorstel $x = xy^2 - 2xy + x$

$$x$$
$$1 = y^2 - 2y + 1$$
$$1 = y - 1$$
$$y = 2$$

Hier uit volgt dat zoo de rede 2 is, men voor den eerſten term nemen kan, wat men wil.

CLXXVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, J. WESTENDORP, H. W. CASPARI, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, *en eenen ongenoemden.*

Stel het getal $= 10x + y$

dan

dan is het omgek. $= 10y + x$

de ſom $11(x + y) = (x + y)^2$

verſch. $9(y - x) = z^2$

$$x + y - z = \frac{10x + y}{7}$$

Door de eerſte vergelyking is $x + y = 11$, waar door

$$11 - z = \frac{9x + 11}{7}$$

en $9(11 - 2x) = z^2$

$77 - 7z = 9x + 11$

$99 - 18x = z^2$

$154 - 14z = 18x + 22$

$99 = 18x + z^2$

$55 - 14z = 22 - z^2$

$z^2 - 14z = -33$

$z = 3$

dus $x = 5$, $y = 6$, en het begeerde getal 56.

CLXXVIII.

CLXXVIII. VOORSTEL. *Fig.* 26.

Door A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, T. J. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., D. N. KERKHOVEN, P. A. DUREGE, *en den* OPGEVER.

Stel x voor de zyde des quadraats en y voor die des gelykzydigen driehoeks, dan is x^2 de inhoud des quadraats, en $\sqrt{\frac{3}{16}}\, y^4$ die des driehoeks, diensvolgens

$$x^2 = \sqrt{\tfrac{3}{16}}\, y^4$$
$$x^4 = \tfrac{3}{16}\, y^4$$
$$y^4 = \tfrac{16}{3}\, x^4$$
$$y^2 = 4\, x\, \sqrt{\tfrac{1}{3}}\, x^2$$
$$y = 2\, \sqrt{x}\, \sqrt{\tfrac{1}{3}}\, x^2$$

CONSTRUCTIE.

Laat AB de zyde des quadraats zyn, maak BC $= \frac{1}{3}$ AB, beschryf op AC eenen halven cirkel en trek de perpendiculair BE, dan is BE $= \sqrt{\frac{1}{3}}\, x^2$. Maak vervolgens BD $=$ BE; beschryf op AD eenen cirkel, die de verlengde BE in F ontmoet, dan zal BF $= \sqrt{x}\, \sqrt{\frac{1}{3}}\, x^2$, dus 2 BF de zyde des driehoeks zyn, welke als dan gemakkelyk beschreven kan worden.

CLXXIX.

CLXXIX. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, *den* OPGEVER, A. L. HECTOR, *en* J. R. SCHMIDT.

Volgens het voorſtel is *Tang.* A. *Tang.* B + *Tang.* A. *Tang.* C + *Tang.* B. *Tang.* C = 1; dus

$$Cot.\,A = \frac{Tang\,B + Tang.C}{1 - Tang.B\;Tang.C} = Tang\,(B+C)$$

dus $90° - A = B + C$, en $A + B + C = 90°$.

CLXXX. VOORSTEL. *Fig.* 27.

Door J. M. C. VAN UTENHOVEN, J. R. SCHMIDT, H. L. HECTOR, *en den* OPGEVER.

AM zy de begeerde kromme. Men trekke de regtſtandige Coördinaten AP = x, BM = y, benevens $p\,m$ evenwydig en oneindig naby PM; voorts de tangens TM = t, die men ſtelle gelyk te moeten wezen aan den boog AM = s. Nu is, naar de benamingen der *Differentiaal-rekening* Pp = Mq = dx, $mq = dy$, Mm = $d.s$; en in de gelykvormige driehoeken TMP, Mmq, mq: Mm = MP: TM, dat is: $dy : ds = y : t = \frac{yds}{dy} = s$;

dus

dus $\frac{ds}{s} = \frac{dy}{y}$; het welk geintegreerd geeft *Log.* as $= Log.\ by$; dus $as = by$, a en b beſtendige grootheden verbeeldende: dit nu geeft $s : y = b : a$, waar uit blykt, dat $s = \frac{b}{a} y$ geene kromme, maar eene regte lyn is, welke met de tangens TM zamen valt.

Aanmerking. Hier tegen ſchynt te ſtryden, dat men echter zelfs cirkelbogen heeft, gelyk aan hunne tangenten, als byv. dien van 257°. 27′. 12″ en andere, hoedanige er EULER heeft leeren vinden (*Introduct.* in *Analyſ. Infinitor. Lib.* II. *Cap.* 22. § 539): doch men overwege, dat, ofſchoon bewezen is, dat nimmer eene kromme $s = t$ zyn kan, daar uit geenszins volge, dat ook niet $s + \pi = t$ zoude kunnen wezen (π eene beſtendige verbeeldende), daar het integendeel klaar is, dat, π behoorlyk bepaald zynde, deze laatſte vergelyking altyd mogelyk zyn moet. En dit is dan ook hier het geval, daar de tangens van 257°. 27′. 12″ eigenlyk en oorſpronkelyk behoort tot den boog van 77°. 27′. 12″, waaraan dezelve geenszins gelyk is, zynde alhier $\pi =$ den boog van 180° $= 3,14159\ldots$ enz. in deelen van den radius $= 1$, en het is klaar dat men voor ieder poſitief en heel getal n eenen cirkelboog $n\pi + s$ kan vinden, gelyk aan zyne tangens t, wanneer $s < \frac{1}{2}\pi$ is; terwyl men nimmer hebben kan $s = t$, ſchoon alle mogelyke waardyen voor t als behorende tot s ingeſloten binnen de grenzen $= \frac{1}{2}\pi$ kunnen en moeten aangemerkt worden; want *Tang.* $(n\pi + s) = Tang.\ s = t$.

CLXXXI. VOORSTEL. *Fig.* 27.

Door. J. M. C. VAN UTENHOVE, *den* OPPER, *en* J. R. SCHMIDT.

Alles als in het voorgaand voorſtel geſteld, en de normaal NM = n getogen zynde, zoo heeft men in de gelykvormige driehoeken NMP en Mmq, Mq : Mm = MP : MN, dat is, $dx : ds = y : n = \frac{y\,ds}{dx}$: maar $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$; dus $n = \frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx}$: deze nu moet ook gelyk zyn aan de abscisſe x, men heeft dus $x\,dx = y\sqrt{dx^2 + dy^2}$, of $x^2 dx^2 = y^2 dx^2 + y^2 dy^2$, dus $y\,dy = dx\sqrt{x^2 - y^2}$, welke de differentiaal vergelyking der begeerde kromme is: ten einde dezelve op eene beknopte wyze te integreren, ſtelle men daar in $y = x\sqrt{1 - z^2}$, dus $y^2 = x^2 - x^2 z^2$; $\sqrt{x^2 - y^2} = xz$; en $y\,dy = x\,z\,dx$: en door $y = x^2 - x^2 z^2$ te differentieren verkrygt men ook $y\,dy = x\,dx - x^2 z\,dz - z^2 x\,dx$; dus:

$$x\,z\,dx = x\,dx - x^2 z\,dz - z^2 x\,dx, \text{ of}$$

$$z\,dx = dx - x\,z\,dz - z^2 dx, \text{ of}$$

$$(z^2 + z - 1)\,dx = -x\,z\,dz;$$

dus $\frac{dx}{x} = \frac{-z\,dz}{z^2 + z - 1}$, waarin de veranderlyke grootheden zyn afgezonderd.

Daar

Daar nu $z^2 + z - 1 = \left(z + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(z + \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ is, zoo ſtelle men, kortheids halve, $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = a$, en $\frac{1-\sqrt{5}}{2} = b$, en men ſplitſe de breuk $\frac{1}{z^2+z-1}$ in tweeën, zoo dat men hebbe $\frac{1}{z^2+z-1} = \frac{p}{z+a} + \frac{q}{z+b}$. Hier toe heeft men, ter bepaling van p en q de twee vergelykingen $p + q = 0$ en $aq + bp = 1$, waaruit men verkrygt, $p = \frac{1}{b-a} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$, en $q = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Dus $\frac{dx}{x} = -zdz\left(\frac{1}{z^2+z-1}\right)$

$= -zdz\left(\frac{1}{(b-a)(z+a)} + \frac{1}{(a-b)(z+b)}\right)$

$= \frac{zdz}{a-b}\left(\frac{1}{z+a} - \frac{1}{z+b}\right) = \frac{dz}{a-b}$

$\left(\frac{z}{z+a} - \frac{z}{z+b}\right) = \frac{dz}{a-b}\left(\frac{b}{z+b} - \frac{a}{z+a}\right)$

wegens $\frac{z}{z+a} = 1 - \frac{a}{z+a}$, $\frac{z}{z+b} = 1 - \frac{b}{z+b}$:

Dus $(a-b)\frac{dx}{x}+\frac{a\,dz}{z+a}-\frac{b\,dz}{z+b}=0$, welke geintegreerd geeft: $(a-b)$ *Log.* $x+a$ *Log.* $(z+a)-b$ *Log.* $(z+b=$ *Log.* C, of *Log.* $\frac{x^a(z+a)^a}{x^b(z+a)^b}=$ *Log.* C, en van de logarithmen tot derzelver getallen overgaande,

$$\frac{x^a(z+a)^a}{x^b(z+a)^b}=C.$$

Nu vonden wy boven $zx\sqrt{x^2-y^2}$, het welk herſteld geeft

$$\frac{(\sqrt{x^2-y^2}+ax)^a}{(\sqrt{x^2-y^2}+bx)^b}=C$$

zynde de vergelyking van de begeerde kromme.

Aanmerking. „ Als men in deze vergelyking $y=0$ ſtelt, heeft men $\frac{(x+ax)^a}{(x+bx)^b}=C$, of $\frac{x^a}{x^b}\cdot\frac{(1+a)^a}{(1+b)^b}=C$, dus $x^{a-b}=x^{F5}=C.\frac{(1+b)^b}{(1+a)^a}$; waar uit volgt dat x niet nul kan zyn, ten zy $C=0$ is; maar als dan heeft men

$$\sqrt{x^2-y^2}+ax=0$$
$$x^2-y^2=a^2x^2$$
$$x^2(1-a^2)=y^2$$

$y=$

$$y = x\sqrt{1-a^2}$$

$$= x\sqrt{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$$; het welk de

vergelyking is van een enkel ſtip, behoorende tot de coördinaten $x = o$ en $y = o$; waar uit volgt dat in de begeerde kromme x en y niet te gelyker tyd nul kunnen zyn."

O. S. BANGMA.

CLXXXII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, J. C. VAN SETTEN, M. B. VAN DE VELDE, D. N. KERKHOVEN, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. R. SCHMIDT, P HAGE, T. MEYAARD, H. W. CASPARI, F. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, J. ROOSEKRANS, T. J. KERKHOVEN, H. KLUMPER, A. VAN DER SWAN, *en* H. SOMMERHAUSSEN.

Stel den ouderdom $= x$, dan is volgens het voorſtel

$$(x+17)^2 = x^2 + 34x + 289$$
$$3(x-17) = 3x^2 - 102x + 867$$
$$4x^2 - 68x + 1156 = 2548$$
$$x^2 - 17x + 289 = 637$$

$$s^2 - 17\,s = 348$$
$$72\tfrac{1}{4} = 72\tfrac{1}{4}$$
$$s^2 - 17\,s + 72\tfrac{1}{4} = 420\tfrac{1}{4}$$
$$s - 8\tfrac{1}{2} = 20\tfrac{1}{2}$$
dus $s = 29$ jaren.

CLXXXIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, H. W. CASPARI, P. HAGE, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, T. MEYAARD, J. ROOSEKRANS, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, *en* M. B. VAN DER VELDE.

Stel het volk van het ſchip A $= s - 15$
dan is dat van B $= s$, en van C $= 243 - s$,
zoo heeft men

$$243 - s : 2\,s - 15 = 258 : 426$$
$$516\,s - 3870 = 103518 - 426\,s$$
$$942\,s = 107388$$
$$s = 114 \text{ het volk van A}$$
$$s - 15 = 99 \text{ — — — B}$$
$$243 - s = 129 \text{ — — — C.}$$

NB.

NB. „ Verſcheidene leden hebben aangemerkt dat het getal 648 in de opgaaf, 684 moet zyn, en als zoodanig wordt het ook door de opgevers gebruikt, ſchoon in de oorſpronkelyke opgaaf 648 ſtaat."

BESTUURDERS.

CLXXXIV. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI, J. R. SCHMIDT, T. MEYAARD, F. G. A. DE LELIE, A. VAN DER SWAN, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, D. N. KERKHOVEN, J. ROOSEKRANS, P. HAGE, A. L. HECTOR, J. C. VAN SETTEN, J. WESTENDORP, T. J. KERKHOVEN, H. KLUMPER, M. B. VAN DE VELDE, *en* P. OLM.

Stel dat ze A ontnemen 2 *x* Guld. dan ontnemen ze van B *x* Guld., en dan is het overblyvende van A $=$ 100 $-$ 2 *x*, en van B $=$ 48 $-$ *x*, en dan heeft men deze vergelyking,

$$100 - 2x = 144 - 3x$$

$x =$ 44 Guld. van B.
$2x =$ 88 —— — A.

CLXXXV. VOORSTEL.

Door J. ROOSEKRANS, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, D. N. KERKHOVEN, P. OLM, H. W. CASPARI, J. C. VAN SETTEN, P. HAGE, J. WESTENDORP, A. VAN DER SWAN, T. MEYAARD, F. G. A. DE LELIE, T. J. KERKHOVEN, M. B. VAN DE VELDE, H. SOMMERHAUSEN, J. R. SCHMIDT, *en* H. KLUMPER.

Stel de ouderdom van den zoon $= x$,
en van den vader $= y$

dan is $\frac{x-6}{3}$ $\frac{x+6}{2}$

$3x - 18 = y - 6$ $2x + 12 = y + 6$

$y = 3x - 12$ $y = 2x + 6$

of $3x - 12 = 2x + 6$

$x = 18$ jaren de zoon
$y = 42$ — de vader.

CLXXXVI.

CLXXXVI. VOORSTEL.

Door J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, H. SOMMERHAUSSEN, A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, P. OLM, H. W. CASPARI, J. F. KLIEFOOT, F. G. A. DE LELIE, H. G. WITLAGE JR, J. ROOSEKRANS, M. B. VAN DER VELDE, P. HAGE, D. N. KERKHOVEN, J. WESTENDORP, T. MEYAARD, *en* T. J. KERKHOVEN.

Stel het getal der pryzen $= x$ en dat der nieten $= y$, dan is $x + y = 100000$, en

$$\begin{array}{rl} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = & 35000 \\ \hline & 6 \\ 3x + 2y = & 210000 \\ 2x + 2y = & 200000 \\ \hline x = & 10000 \\ \text{dus} \quad y = & 90000 \end{array}$$

CLXXXVII. VOORSTEL.

Door A. VAN DER SWAN, D. N. KERKHOVEN, T. J. KERKHOVEN, H. W. CASPARI, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, J. ROOSEKRANS, P. OLM, P. HAGE, J. R. SCHMIDT, T. MEYAARD, A. L. HECTOR, J. C. VAN SETTEN, F. G. A. DE LELIE, M. B. VAN DER VELDE, H. SOMMERHAUSSEN, J. WESTENDORP, *en eenen ongenoemden.*

Stel het gegevene aan eenen man $= x$, dan is dat aan eenen vrouw $= 11 - x$,

$$\begin{array}{r} 6x \\ 77 - 7x \\ \hline 77 - x = 70 \\ \hline x = 7 \\ 11 - x = 4 \end{array}$$

CLXXXVIII.

CLXXXVIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, F. G. A. DE LELIE, A. L. HECTOR, H. W. CASPARI, P. HAGE, H. G. WITLAGE JR., *en* J. F. KLIEFOOT.

$$5x + 6y + 7z = 80$$

$$x = 16 - y - z - \frac{y+2z}{5}$$

Stel $y + 2z = 5a$

$$y = 5a - 2z$$

$$x = 16 - 6a + z$$

Neem $a = 1$, dan is $y = 5 - 2z$ en $x = 10 + z$, dus twee antwoorden, als

$z = 1, y = 3, x = 11$

en $z = 2, y = 1, x = 12$

Neem $a = 2$, dan is $y = 10 - 2z$ en $x = 4 + z$, dus vier antwoorden.

Neem $a = 3$, dan is $y = 15 - 2z$ en $x = z - 2$, dus vyf antwoorden.

Neem $a = 4$, dan is $y = 20 - 2z$ en $x = z - 8$, dus een antwoord.

Neem $a = 5$, geeft geen antwoord, dus in het geheel 12 antwoorden.

CLXXXIX. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, P. HAGE, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel $x + y + z = m$

6

$6x + 6y + 6z = 6m$

$6x + 7y + 8z = 100$

$y + 2z = 100 - 6m$

dus m niet grooter dan 16

$x + y + z = m$

8

$8x + 8y + 8z = 8m$

$6x + 7y + 8z = 100$

$2x + y = 8m - 100$

dus m niet kleiner dan 13

Stel $m = 13$, dan is $y + 2z = 22$, en $2x + y = 4$, dus $z = 11 - \frac{1}{2}y$, en $x = 2 - \frac{1}{2}y$, dus y niet grooter noch kleiner dan 2, het welk maar een antwoord oplevert.

Stel $m = 14$, dan is $y + 2z = 16$, en $2x + y = 12$, dus $z = 8 - \frac{1}{2}y$ en $x = 6 - \frac{1}{2}y$, dus $y = 2$, 4, 6, 8, of 10, het welk 5 antwoorden geeft.

Stel

Stel $m = 15$, dan is $y + 2z = 10$, en $2x + y = 20$, dus $z = 5 - \frac{1}{2}y$ en $x = 10 - \frac{1}{2}y$, dus $y = 2, 4, 6$, of 8, het welk 4 antwoorden geeft.
Stel $m = 16$, dan is $y + 2z = 4$, en $2x + y = 28$, dus $z = 2 - \frac{1}{2}y$ en $x = 14 - \frac{1}{2}y$, dus y niet anders dan 2, waar uit volgt dat er in het geheel 11 antwoorden plaats hebben kunnen.

CXC. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *den* OPGEGER, J. R. SCHMIDT, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., *en* P. HAGE.

$$5x + 21y + 27z = 20000$$

$$x + 4y + 5z + \frac{y + 2z}{5} = 4000$$

Stel $y + 2z = 5p$, zoo is

$x = 4000 - 21p + 3z$

$y = 5p - 2z$

dus $z < \frac{5}{2}p$ of $2\frac{1}{2}p$

en $3z + 4000 > 21p$

of $z > 7p - 1333\frac{1}{3}$

dus $7p - 1333\frac{1}{3} < \frac{5}{2}p$

$42p - 8000 < 15p$

$27p < 8000$

$p < 296\frac{8}{27}$

dus

dus 296 waarden voor p

Neem nu voor p ſucceſſivelyk alle waarden van 1 tot 296, en z tuſſchen de limiten $(2\frac{1}{3}p)$ en $(7p - 1333\frac{1}{3})$, zoo zal men alle mogelyke antwoorden verkrygen:

$p = 1$, geeft 2 antwoorden
$p = 2$, — 4 ———
$p = 3$, — 7 ———
$p = 4$, — 9 ———
$p = 5$, — 12 ———
. . .
. . .
. . .
$p = 190$, — 474 ———

Hier na wordt $7p - 1333\frac{1}{3}$ poſitief; indien men nu de getallen 2, 4, 7, 9, 12, enz., twee aan twee optelt, heeft men eene arithmetiſche progreſſie van 95 termen, welks ſom is 45220.

$p = 191$, geeft 474 antwoorden
$p = 192$, — 469 ———
$p = 193$, — 465 ———
$p = 194$, — 460 ———
$p = 195$, — 456 ———
. . .
. . .
. . .
$p = 296$, — 1 ———

Indien men nu even als te voren de getallen 474, 469, 465, 460, enz., twee aan twee ſamentelt, heeft men eene arithmetiſche progreſſie van 53 termen,

men, welkers som is 25175; hier bygevoegd 45220, komt 70395 antwoorden.

Indien men z en y ook nul aan mag nemen, heeft men voor $p = 0$, een antwoord, by de eerste progres wordt ieder term 3 en by de tweede progres ieder term 1 grooter, zoo als gemakkelyk te zien is, dus

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 3 \cdot 95 &= 285 \\ 1 \cdot 53 &= 53 \end{aligned}$$

70395 reeds gevonden

komt 70734 Antwoorden

CXCI. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, J. R. SCHMIDT, *en den* OPGEVER.

Laten $x^2 - 2axy + a^2y^2 = (x - ay)^2$

$a^2x^2 - 2axy + y^2 = (ax - y)^2$

en $4axy$ de quadraten zyn

dan moeten $4axy$ en

$(a^2 + 1)x^2 - 4axy + (a^2 + 1)y^2$

nog tot quadraten gemaakt worden,

Stel nu $(a^2 + 1)x^2 = 4axy$

dan is $y = \frac{(a^2 + 1)x}{4a}$, en er blyft alleen overig om $a^2 + 1$ tot een quadraat te maken.

Stel

Stel dan $\sqrt{a^2+1} = a - b$

$$a^2+1 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$2ab = b^2 - 1$$

$$a = \frac{b^2-1}{2b}$$

$$a^2+1 = \frac{(b^2+1)^2}{4b^2}$$

dus $$y = x \cdot \frac{(b^2+1)^2}{8b(b^2-1)}$$

Neem nu $x = 8b(b^2-1)$, zoo is $y=(b^2+1)^2$, dus $ax = 4(b^2-1)^2$; $ay = \frac{(b^2-1)(b^2+1)^2}{2b}$; $x - ay = (b^2-1)\frac{14b^2 - b^4 - 1}{2b}$; $ax - y = (b^2-3)(3b^2-1)$; $\sqrt{4axy} = 4(b^2-1)(b^2+1)$;

Dus zyn de wortels van de begeerde quadraat getallen

$$x - ay = \frac{(b^2-1)(14b^2-b^4-1)}{2b}$$

$$ax - y = (b^2-3)(3b^2-1)$$

$$\sqrt{4axy} = 4(b^2-1)(b^2+1)$$

Als men dezelve door $2b$ vermenigvuldigt, heeft men $(b^2-1)(4b - b^2 - 1)(4b + b^2 + 1)$, $2b(b^2-3)$

$(b^2-3)(3b^2-1)$, en $8b(b^2-1)(b^2+1)$. Neem $b=2$, zoo zyn $(117)^2=13689$, $(44)^2=1936$ en $(240)^2=57600$, de begeerde quadraten en zoo kunnen er oneindige andere gevonden worden.

CXCII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, *den* OPGEVER, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., *en* P. HAGE.

Laten A en B twee trigonalen en $\frac{x^2+x}{2}$ de derde zyn, dan moet $A+B+\frac{x^2+x}{2}=$ trigonaal

dus $8(A+B)+4x^2+4x+1=\square$

Stel de wortel $2x+p$, dan hebben wy om x te bepalen,

$$4px+p^2=8(A+B)+4x+1$$

$$x=2\frac{(A+B)}{p-1}-\tfrac{1}{4}(p+1)$$

Stel $p=4n-1$, zoo is

$$x=\frac{A+B}{2n-1}-n$$

Nu

Nu kunnen A en B trigonalen naar welgevallen genomen worden, dan zal men altoos vóór x een voldoende wortel bekomen.

Voorbeeld. Neem A = 3, B = 6, dan is $x = \frac{9}{2n-1} - n$; nemen wy nu $n = 1$, zoo is $x = 8$ en de trigonalen 3, 6 en 36; maar nemen wy $n = 2$, zoo is $x = 1$, en de trigonalen 1, 3 en 6.

Neem nu A = 15, B = 21, en $n = 2$, zoo vindt men $x = 10$, en dus het antwoord van STRABBE, enz. enz.

CXCIII. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, *den* OPGEVER, A. L. HECTOR, P. HAGE, J. F. KLIEFOOT, *en* H. G. WITLAGE JR.

Stel de trigonalen $\frac{x^2+x}{2}$ en $\frac{y^2+y}{2}$, dan is de som $\frac{x^2+x+y^2+y}{2}$ = trig. en het verschil $\frac{x^2+x-y^2-y}{2}$ = trig.

dus $(2x+1)^2 + 4y(y+1) = \square$, stel A^2

en $(2x+1)^2 - 4y(y+1) = \square$, — B^2

verſch. $8y(y+1) = A^2 - B^2$

Stel

Stel $4y = A + B$

dan is $2(y+1) = A - B$

dus $2(y-1) = 2B$

$y - 1 = B$

$y^2 - 2y + 1 = B^2$

$= (2x+1)^2 - 4y^2 - 4y$

$(2x+1)^2 = 5y^2 + 2y + 1$

Stel $= (1 - py)^2$

dan is $p^2y^2 - 2py = 5y^2 + 2y$

$$y = \frac{2(p+1)}{p^2 - 5}$$

Wyl nu $2x + 1 = 1 - py$ is,

$$\text{is } x = -\frac{py}{2} = -\frac{p(p+1)}{p^2-5}$$

Voorbeeld. Nemende $p = 2$, zoo is $y = -6$, en $x = 5$, zoo dat de trigonalen zyn 15 en 21.

CXCIV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, P. OLM, J. F. KLIEFOOT, J. R. SCHMIDT, H. G. WITLAGE JR., J. WESTENDORP, P. HAGE, H. W. CASPARI, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, F. G. A. DE LELIE, M. B. VAN DER VELDE, *en* D. N. KERKHOVEN.

x Man $\quad y$ Vrouw
x^2 vertering $\quad y^2$ vertering

$x^2+y=28 \quad y^2+x=14$

$x^2=28-y=(14-y^2)^2$
$=196-28y^2+y^4$

$y^4-28y^2+y+168=0$

Hier uit is $y=3$ een wortel
dus $x=5$.

CXCV. VOORSTEL.

Door den OPGEGER, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, M. B. VAN DER VELDE, H. W. CASPARI, D. N. KERKHOVEN, P. HAGE, J. WESTENDORP, H. G. WITLAGE JR., T. J. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, P. OLM, *en eenen ongenoemden.*

x^2+3x loon in het jaar

we-

weken weken
$52 : x^2+3x=4x+7 : 3x+42$

$156x+2184=4x^3+19x^2+91x$

$4x^3+19x^2-35x-2184=0$

Hier van is $x=8$ een wortel

Dus 64 gl. in het jaar, 24 gl. het kleed, en $4x+7=39$ weken dienst.

CXCVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, A. L. HECTOR, D. N. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., F. G. A. DE LELIE, *en* P. HAGE.

x, xy, xy^2, xy^3 Geom. Progr.

$x+xy+xy^2+xy^3=80$, en $x^4y^6=11664$

$y^3y^3=108$

$$x=\frac{80}{1+y+y^2+y^3}$$

$$x^2=\frac{6400}{(1+y+y^2+y^3)^2}=\frac{108}{y^3}$$

$$\frac{1600}{(1+y+y^2+y^3)^2}=\frac{27}{y^3}$$

$$\frac{1600}{(1+y^2)^2(1+y)^2}=\frac{27}{y^3}$$

Stel $1+y^2=zy$, zoo is $(1+y)^2=1+2y+y^2=zy+2y=(z+2)y$,

$$\text{en } \frac{1600}{z^2(1+y)^2}=\frac{27}{y}$$

$$\text{of } \frac{1600}{z^2(z+2)}=27$$

$$\text{dus } z^3+2z^2=\frac{1600}{27}$$

$$\text{waar uit } z=\frac{10}{3}$$

$$\text{dus } y^2=\frac{10}{3}y=1.$$

Waar uit $y=3$ en $y=\frac{1}{3}$; de eerste waarde van y geeft $x=2$; de andere geeft $x=54$, dus is de progres

2, 6, 18, 54; of 54, 18, 6, 2.

CXCVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. E. KLIEFOOT, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, *en* P. HAGE.

Stel het grootſte $=x^2+x+1$ en het kleinſte $=y$

x^2+x+1

x^2+x+1 | x^2+x+1
-1 | -1
x^2+x | x^2+x
$\frac{1}{2}(x^2+x+1)$ | $x=$ pron. Wort.
verm. | $y=$
$\frac{1}{2}(x^2+x)(x^2+x+1)$ | $xy=\frac{6x^2+6x+3}{y}$
3 | y
$\frac{3}{2}(x^4+2x^3+2x^2+x)$ | $xy^2=6x^2+6x+3$
x^2+x+1 |

$\frac{3}{2}x^4+3x^3+4x^2+\frac{5}{2}x+1=10y^2$ $\quad x$

$\frac{3}{2}x^5+3x^4+4x^3+\frac{5}{2}x^2+x=10xy^2$

$60x^2+60x+30=10xy^2$

$\frac{3}{2}x^5+3x^4+4x^3-57\frac{1}{2}x^2-59x-30=0$

$3x^5+6x^4+8x^3-115x^2-118x-60=0$

Hier uit vindt men $x=3$

dus $x^2+x+1=13$

en $y=\sqrt{\left(6x+6+\frac{3}{x}\right)}=5$ de getallen.

CXCVIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, J. WESTENDORP, P. HAGE, P. OLM, *en* D. N. KERKHOVEN.

Stel het geld van $A=p^2-q^2$, en dat van $B=2pq$, dan is de som der quadraten $(p^2+q^2)^2$, dus

dus moet $q^2+2pq-p^2$ nog een quadraat zyn; ſtel de wortel $=q+n$, zoo heeft men

$$2pq-p^2 = 2qn+n^2$$

$$2pq-2nq = p^2+n^2$$

$$q = \frac{p^2+n^2}{2(p-n)}$$

Neem $p=2$ en $n=1$, zoo is $q=1$, $p^2-q^2=3$, en $2pq=4$.

CXCIX. VOORSTEL.

Door J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, T. J. KERKHOVEN, P. OLM, J. WESTENDORP, H. W. CASPARI, P. HAGE, M. B. VAN DER VELDE, J. F. KLIEFOOT, *en den* OPGEVER.

Stel AB$=x$ en AC$=y$, dan is volgens het voorſtel:

$$x^2y = 8820 = 20.21^2$$

en $y\sqrt{xy} = \sqrt{168000} = 20\sqrt{20.21}$

dus $x^4y^3 = 20^3.21^4$

en $x\,y^3 = 20^3.21$

$$\sqrt[4]{x^5y^5} = 20^5.21^5$$

$$x\,y = 20\,.\,21$$

$\frac{1}{2}xy = 210$ de begeerde inhoud.

NB. Sommige Leden merken aan dat het getal $\sqrt{}168co$ in de opgaaf zyn moet $\sqrt{168000}$; dit is ook zoo, doch de ſchuld ligt aan den Opgever.

CC.

CC. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI, *den* OPGEVER, D. N. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, T. J. KERKHOVEN, J. R. SCHMIDT, A. L. HECTOR, P. OLM, J. WESTENDORP, *en* P. HAGE.

Stel AB $= x$ en AC $= y$, dan is

$$xy - x = 320 \text{ en } x^2y - y^3 = 13671$$

$$x^2(y-1)^2 = 320^2$$

$$x^2 = \frac{320^2}{(y-1)^2} = \frac{13671 + y^3}{y}$$

$$320^2 . y = 13671(y-1)^2 + y^3(y-1)^2$$

Het welk herleid zynde geeft

$$y^5 - 2y^4 + y^3 + 13671y^2 - 129742y + 13671 = 0$$

Hier uit vindt men $y = 9$

$$(y-1)x = 8x = 320$$

$$16)\overline{}$$

$$\tfrac{1}{2}x = 20$$

$$y = 9$$

$$\tfrac{1}{2}xy = 180 \text{ den inhoud.}$$

CCI. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, W. J. JUNIUS VAN HEMERT, J. C. SCHRÖDER, *en* J. R. SCHMIDT.

Stel in x jaren, dan ſtaat

$25 : 28 = 50000 : 56000$

Dus worden in het eerſte jaar 6000 menſchen meer geboren dan er ſterven, om die redenen is de jaarlykſche aanwas $\frac{6000}{2000000} = \frac{3}{1000}$ van dat der levenden, dus moet $\left(\frac{1003}{1000}\right)^x = 2$ zyn

of $x = \frac{Log.\ 2}{Log.\ 1{,}003} = \frac{30103000}{00130093}$

$= 231{,}396..$ jaren.

CCII. VOORSTEL. *Fig.* 28.

Door J. M. C. VAN UTENHOVE, *den* OPGEVER, J. R. SCHMIDT, D. N. KERKHOVEN, F. G. A. DE LELIE, J. C. SCHRÖDER, *en* W. J. JUNIUS VAN HEMERT.

Zy M de maſſa der aarde, m die der maan, en derzelver middelpunten tevens in M en m; de afſtand

ſtand der maan van de aarde mM zy $= a$; en laat PQN eene kromme waarin alle de punten Q gelykelyk door M en m worden aangetrokken, zoo dat men overal daarin hebbe $\frac{M}{\overline{MQ}^2} = \frac{m}{\overline{mQ}^2}$, in welke kromme dus P het begeerde punt zyn zal alwaar zy de lyn Mm, als as, ſnydt. Het aanvangspunt harer coördinaten neme men in m, en ſtelle dezelve $mR = z$, $RQ = y$; als mede $mP = p$, $MP = q = a - p$: hierdoor heeft men $MR = a - z$, $\overline{mQ}^2 = z^2 + y^2$, $\overline{MQ}^2 = (a-z)^2 + y^2$: dus $\frac{m}{z^2+y^2} = \frac{M}{(a-z)^2+y^2}$, of $y^2 = \frac{m(a-z)^2 - Mz^2}{M-m} = \frac{a^2m - 2amz}{M-m} - z^2$, welke de vergelyking dier kromme is, waaruit blykt, dat dezelve eene kegelſnede is, dewyl de coördinaten beide in 't quadraat voorkomen, en by gevolg den as in twee punten, P en N ſnyden moet. Om nu deze te bepalen, beboeft men ſlechts daarin $y = o$ te ſtellen, als waardoor z overgaat in p, dat is, in mP of mN: men verkrygt dan, uit de vergelyking $o = \frac{a^2m - 2amp}{M-m} - p^2$, $p = \frac{-am \pm a\sqrt{Mm}}{M-m}$, dat is, of $p = \frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{M}+\sqrt{m}} = mP$ (welke het begeerde punt P geeft), of $p = \frac{-a\sqrt{m}}{\sqrt{M}-\sqrt{m}} = mN$. Welke nu wyders de natuur dezer kromme zy, zal nader be-

bekend worden, zoo men den aanvang der coördinaten in het nu gevonden punt P neemt, dat is, zoo men in hare vergelyking $p-x$ in plaats van z, en dus $q+x$ in plaats van $a-z$ ſtelt, als waardoor dezelve wordt $y^2 = \frac{m(q+x)^2 - M(p-x)^2}{M-m}$

$= \frac{2(Mp+mq)}{M-m}x - x^2$, of, $a-p$ voor q geſteld,

$y^2 = 2\left(p + \frac{am}{M-m}\right)x - x^2$, en hierin eindelyk

ook voor p hare waarde $\frac{-am+a\sqrt{Mm}}{M-m}$ ſtellende,

is $y^2 = \frac{2a\sqrt{Mm}}{M-m}x - x^2$. Deze kromme is dus een

cirkel met den radius $\frac{a\sqrt{Mm}}{M-m}$ beſchreven uit een

middelpunt C, 't welk om $\frac{am}{M-m}$ agter de maan

ligt. Nu ontſtaat 'er, door de omwenteling van dezen cirkel om zynen as PN eene ſpheer, die men als de werkingſpheer der maan beſchouwen kan, binnen welke alle ligchamen dadelyk naar de maan vallen, doch aan wier oppervlakte zy alle even zoo ſterk door de aarde als door de maan worden aangetrokken, terwyl zy buiten dezelve eene tot de aarde overwegende zwaarte bekomen.

In het Voorſtel was $M = 1$, en $m = 0{,}0135$ gegeven; dus $p = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{M}+\sqrt{m}}a = 0{,}104095\,a$, of

on-

ongeveer $\frac{1}{18}$ van den afſtand der maan van de aarde.

Aanmerking. Beſtaan 'er dus in de maan natuurkragten, in ſtaat om ſtoffen uit dezelve tot buiten deze hare werkingſpheer uittewerpen, zoo zullen deze, in zekere gevallen, niet weder op de maan, maar op de aarde kunnen nedervallen. Zulk eene kragt namentlyk, als 'er vereischt wordt om een ligchaam van de oppervlakte der maan tot op den afſtand p van haar middelpunt te werpen, door den weg $= s$ voorgeſteld zynde, die zy hetzelve in eene ſeconde door eene ledige ruimte gelykmatig doet doorloopen, kan men uitdrukken door de formule $s = \frac{2(p-r)}{p}\sqrt{\frac{ahr}{a-r}}$, waarin h de valhoogte der ligchamen in de eerſte ſeconde aan de oppervlakte der maan, en r haren radius beteekend, alles (dus ook a en p) in voeten uitgedrukt; of zoo men, om zulke groote getalen te vermyden, liever voor p het gevonden getal wil behouden, zoo ſtelle men den afſtand $a = nr$, als waardoor men heeft $s = \frac{2(np-1)}{np}\sqrt{\frac{hnr}{n-1}}$. Dit bewyze ik aldus. De kragt, of ſnelheid, noodig om een ligchaam van de oppervlakte der maan tot aan eenig punt P optewerpen, is, zoo als men weet, gelyk aan die, welke hetzelve verkrygt, door deszelfs vryen val uit P op de maan. Nu ſtelle men de valhoogte, door welke deze ſnelheid in de veronderſtelling eener gelykvormig verſnelde beweging wordt verkregen $= v$; den afſtand van het middelpunt der aarde, op welke zy de ligchaamen even ſterk aantrekt als de maan aan hare oppervlakte $= b$: het ligchaam zy reeds door de ruimte $PR = x$ gevallen; en de veranderlyke, van de afſtanden $mR(p-x)$ en $MR(q+x)$ afhangende kragt, waardoor hetzelve in R bezield is, noeme men k:

de-

deze nu kan men gedaurende den oogenblik, dat het volgend element dx doorvallen wordt, als beſtendig beſchouwen (als eene namelyk, die, zoo zy doorgaans werkte, $x=v$ geven zoude), waardoor men heeft $dv=k\,dx$. Nu is door het Voorſtel $k=\frac{r^2}{(p-x)^2}-\frac{b^2}{(q+x)^2}$ gegeven, dus $dv=\frac{r^2\,dx}{(p-x)^2}-\frac{b^2\,dx}{(q+x)^2}$, 't welk geintegreerd geeft $v=\frac{r^2}{p-x}+\frac{b^2}{q+x}+C$. Om C te bepalen, overwege men, dat v en x te gelyk in P verdwynen, dus $o=\frac{r^2}{p}+\frac{b^2}{q}+C$, waaruit $C=-\frac{r^2}{p}-\frac{b^2}{q}$, en hier mede $v=\frac{r^2}{p-x}-\frac{r^2}{p}+\frac{b^2}{p+x}-\frac{b^2}{q}$, $=x\left(\frac{r^2}{p(p-x)}-\frac{b^2}{q(q+x)}\right)$. Is nu het ligchaam tot aan de oppervlakte der maan toe gevallen, dan is $x=p-r$, dus $p-x=r$, en $q+x=a-r$, welke waardyen geſubſtitueerd geeft $v=(p-r)\left(\frac{r}{p}-\frac{b^2}{q(a-r)}\right)$; en daar door 't Voorſtel k in het punt $P=o$ is, zoo heeft men, ter bepaling van b, $o=\frac{r^2}{p^2}-\frac{b^2}{q^2}$, dus $\frac{b}{p}=\frac{r}{q}=\frac{b}{a-p}$,

waar-

CCIV. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, A. VAN DER SWAN, M. B. VAN DER VELDE, P. HABE, W. J. VAN WYK, H. C. SCHUSLER, M. VAN DER STIEPEL, H. G. WITLAGE, JR. J. F. KLIEFOOT, JAN PAUW, J. C. VAN SETTEN, J. SCHUITEMAKER; *en* J. WESTENDORP.

Voor het vermenigvuldigde van het ingelegde geld met den tyd van factoor en koopman zamen gedurende de 8 maanden heeft men:

f 2550 × 1 M.	=	2550
2950 × 2	=	5900
3612 × 2	=	7224
3162 × 3	=	9486
		25160

Gedurende 5 maanden heeft de factoor de winst van ½ van *f* 2550 of 850, dat is *f* 550 voor zyne factory doordien hy zelf *f* 300 inlegt, en de laatste 3 maanden neemt de koopman ½ van zyn geld er uit zoo dat hy van ½ van *f* 550 of 110 minder dat is van *f* 740 de winst moet hebben, dus

voor factory *f* 850 × 5 M.	=	4250
740 × 3	=	2220
voor inleg *f* 400 × 2	=	800
1062 × 5	=	5310
	12580 =	25160 / 2

Hier uit ziet men dus dat de koopman V en o. factoor ieder de helft der winst zullen moeten hebben.

CCV. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, JAN PAUW, H. G. WITLAGE JR., P. HAGE, W. J VAN WYK, M. B. VAN DER VELDE, H. C. SCHUSLER, J. F. KLIEFOOT, J. WESTENDORP, *en eenen ongenoemden.*

Voor het vermenigvuldigde van het ingelegde geld, van koopman en factoor te zamen, met den tyd, heeft men:

$$f\,800 \times 5 \text{ Maand.} = 4000$$
$$1050 \times 7 \text{ ——} = 7350$$
$$11350$$

Gedurende 5 maanden heeft de factoor de winst van $\frac{5}{12}$ van f 800 of van 250, dat is, wyl hy zelf f 100 inlegt, f 150 voor zyne factory; vervolgens legt de koopman er nog f 250 by, dat is $\frac{5}{14}$ van f 700, zoo dat hy dan nog van $\frac{5}{14}$ van f 150 of van f 53$\frac{4}{7}$ meer winst moet hebben; dus

$$f\,250 \times 5 \text{ M.} = 1250$$
$$303\tfrac{4}{7} \times 7 \text{ —} = 2125$$

Derh. 11350 : 3375 = 681 : f 202½ de fact.
dus f 478½ de koopm.

CCVI.

CCVI. VOORSTEL.

Door A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, J. SCHUITEMAKER, J. WESTENDORP, A. L. HECTOR, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., M. B. VAN DER VELDE, H. C. SCHULER, P. HAGE, JAN PAUW, *en eenen ongenoemden.*

162 Stuiv.
144

100 × 12 : 144 × x = 16 : 18

$8x = 75$

8)

$x = 9\frac{3}{8}$

7

$2\frac{3}{8}$ ged. door $\frac{1}{8} = 14\frac{1}{4}$ Maand.

$\frac{1}{2} \times 6 = 3$
$\frac{1}{3} \times 12 = 4$

$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

CCVII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, T. MEYAARD, J. C. VAN SETTEN, ABRAHAM FOCK, JAN PAUW, D. N. KERKHOVEN, F. G. A. DE LELIE, H. C. SCHUSLER, M. B. VAN DER VELDE, W. J. VAN WYK, L. VAN HEUSDEN, *de* OPGEVERS, C. J. VAN BRUSSEL, A. VAN DER SWAN, P. HAGE, J. SCHULTEMAKER, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, P. A. DUBBEL, *en* J. F. KLIJFOOT.

Dewyl de cirkelvlakten in reden van de quadraten hunner middellynen zyn, zoo is

$$2 : 1 = 24^2 : 288$$

$$\sqrt{}$$

dus 17 voeten nagenoeg de lengte van het gezegde touw.

CCVIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, D. N. KERKHOVEN, A. L. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, ABRAHAM FOCK, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, A. VAN DER SWAM, J. F. KLIEFOOT, P. A. DUREGE, C. J. VAN BRUSSEL, W. J. VAN WYK, F. G. A. DE LELIE, L. VAN HEUSDEN, H. C. SCHUSLER, P. HAGE, en JAN PAUW.

96 : 22 : 7 = 96 : $30\frac{6}{11}$

4 —

24 : 14 : 11 = $933\frac{1}{11}$: x

576 komt $733\frac{1}{11}$ palen voor A

576 —— —— B

$157\frac{1}{11}$ roede, die A te kort kwam.

CCIX. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, W. LOVAN WYK, P. HAGE, J. HECTOR, A. L. HECTOR, ABRAHAM FOCK, H. G. WITLAGE JR., J. F KLIEFOOT, C. J. VAN BRUSSEL, L. VAN HEUDEN, en J. SCHUITEMAKER.

14 : 11 = 38^2 : 1134$\frac{2}{7}$

2)

567$\frac{1}{7}$ voor den inhoud van den halven cirkel, de rand er onder begrepen.

14 : 11 = 28^2 : 616 Inh. der Opening.

2)

308

567$\frac{1}{7}$

25$\frac{6}{7}$

190 Inh. des rands van onderen.

449$\frac{6}{7}$

12

komt 5391$\frac{1}{7}$ penn. = *f* 16:17—

CCX.

CCX. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, A. VAN DER SWAN, J. F. KLIEFOOT, ABRAHAM FOCK, H. G. WITLAGE JR., D. N. KERKHOVEN, J. HECTOR, F. G. A. DE LELIE, C. J. VAN BRUSSEL, J. SCHUITEMAKER, P. HAGE, H. SOMMERHAUSSEN, J. C. VAN SETTEN, JAN PAUW, M. VAN DER STIEPEL, A. L. HECTOR, J. ROOSEKRANS, H. C. SCHUSLER, M. B. VAN DER VELDE, W. J. VAN WYK, T. MEYAARD, H. W. CASPARI, L. VAN HEUSDEN, *en de* OPGEVERS.

Stel de getallen x en y, zoo is

$$x^2 + y^2 = 100$$
$$2xy = 96 \text{ add. en substr.}$$
$$x + y = 14$$
$$x - y = 2$$
$$x = 8$$
$$y = 6$$

CCXI. VOORSTEL.

Door H. C. SCHUSLER, F. G. A. DE LELIE, *de* ORGEVERS, C. J. VAN BRUSSEL, A. VAN DER SWAN, H. G. WITLAGE JR., D. N. KERKHOVEN, H. SOMMERHAUSSEN, J. F. KLIBFOOT, P. A. DURREE, P. HAGE, H. W. CASPARI, JAN PANW, M. B. VAN DER VELDE, W. J. VAN WYK, A. L. HECTOR, T. MEYAARD, J. ROOSEKRANS, L. VAN HEUSDEN, J. C. VAN SETTEN, ABRAHAM FOCK, J. HECTOR, J. SCHUITEMAKER, *en eenen ongenoemden.*

Stel het eene getal $= x+9$ geeft $x^2+18x+81$
en het andere $= x-9$ — $x^2-18x+81$

$$2x^2+162=1130$$

$$2x^2=968$$

$$x^2=484$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$x=22$$
$$x+9=31$$
$$x-9=13$$

CCXII.

CCXII. VOORSTEL.

Door ABRAHAM FOCK, P. A. DURREGE, H. G. WITLAGE JR., A. L. HECTOR, W. J. VAN WYK, M. B. VAN DER VELDE, H. C. SCHUSLER, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, C. J. VAN BRUSSEL, J. SCHUITEMAKER, R. G. A. DE LELIE, J. F. KLIEFOOT, L. VAN HEUSDEN, P. HAGE, J. HECTOR, JAN PAUW, *de* OPGEVERS, *en eenen ongenoemden.*

$A+B+C+D=1000$; dus
$A(1000-A)=90000$, waar uit $A=100$
$B(1000-B)=160000$, waar uit $B=200$
$C(1000-C)=210000$, waar uit $C=300$
$D(1000-D)=240000$, waar uit $D=400$

CCXIII. VOORSTEL. *Fig.* 29.

Door den OPGEVER.

Laten x en y de regthandige coördinaten zyn van eenig punt der kromme, dan is de uitdrukking van de normaal voor dat punt $\frac{y\sqrt{dy^2+dx^2}}{dx}$, en

die van de kromtestraal $\pm \frac{\sqrt{(dy^2+dx^2)^3}}{dx \cdot d^2y}$; men heeft dus $\frac{y\sqrt{dy^2+dx^2}}{dx} = \pm \frac{\sqrt{(dy^2+dx^2)^3}}{dx \cdot d^2y}$

of $y\,d^2y = \pm(dy^2+dx^2)$

Laat p eene functie zyn van x, en stel $dy = p\,dx$, zoo is $d^2y = dp \cdot dx$; maar $dx = \frac{dy}{p}$; dus $d^2y = \frac{dp}{p} \cdot dy$. Stelt men nu voor dx en d^2y hunne waarden in de bovengevondene differentiaal-vergelykinge, zoo heeft men

$$dy \frac{y \cdot \frac{dp}{p} \cdot dy = \pm\left(dy^2 + \frac{dy^2}{p^2}\right)}{yp \cdot dp = \pm\, dy(p^2+1)} p^2$$

$$\frac{p\,dp}{p^2+1} = \pm \frac{dy}{y}$$

Waar van de integraal is

$$\tfrac{1}{2} Log.(p^2+1) = Log.c \pm Log.y$$

$$\text{dus } \sqrt{p^2+1} = cy^{\pm 1}$$

$$\text{en } p^2+1 = c^2 y^{\pm 2}$$

Maar $p = \frac{dy}{dx}$; dus $\frac{dy^2}{dx^2} + 1 = c^2 y^{\pm 2}$; $dy^2 + dx^2 = c^2 y^{\pm 2} \cdot dx^2$; $dy^2 = (c^2 y^{\pm 2} - 1)dx^2$, en $dy = dx\sqrt{c^2 y^{\pm 2} - 1}$.

Hier

Hier vertoonen zich twee zeer onderscheidene gevallen: ten aanzien van het onderste teeken hebben wy

$$y\,dy = dx\sqrt{c^2 - y^2}$$

$$\text{of } \frac{y\,dy}{\sqrt{c^2 - y^2}} = dx$$

Waar van de integraal

$$k - \sqrt{c^2 - y^2} = x$$

de vergelyking van den cirkel oplevert.

Ten aanzien van het bovenste teeken hebben wy

$$\frac{dy}{\sqrt{c^2y^2 - 1}} = dx$$

$$\text{of } \frac{c\,dy}{\sqrt{c^2y^2 - 1}} = c\,dx$$

welke vergelyking integrabel wordt door het eerste lid onder en boven met $1 + \frac{cy}{\sqrt{c^2y^2 - 1}}$ te multipliceren, waar door men verkrygt:

$$\frac{\left(c + \frac{c^2y}{\sqrt{c^2y^2 - 1}}\right)dy}{cy + \sqrt{c^2y^2 - 1}} = c\,dx$$

Daar nu de teller juist de differentiaal van de noemer is, zoo heeft men

$$Log.(cy + \sqrt{c^2y^2 - 1}) = c(x + k)$$

$$\text{of } cy + \sqrt{c^2y^2 - 1} = e^{c(x+k)}$$

(1

(c en k zyn twee conſtante grootheden, onder het integreren bygevoegd).

Stel om te bekorten $z+k=z$, zoo heeft men

$$cy+\sqrt{c^2y^2-1}=e^{cz}$$

Deze vergelyking kan op de volgende wyze herleid worden

$$\sqrt{c^2y^2-1}=e^{cz}-cy$$

$$c^2y^2-1=e^{2cz}-2cye^{cz}+c^2y^2$$

$$2cye^{cz}=e^{2cz}+1$$

$$2cy=e^{cz}+e^{-cz}$$

$$y=\frac{1}{2c}\left(e^{cz}+e^{-cz}\right)$$

$$y=\frac{1}{2c}\left(e^{cz}+\frac{1}{e^{cz}}\right)$$

De kromme, waar van dit de vergelyking is, heeft merkwaardige eigenſchappen; voorerst ziet men, dat dezelve twee gelyke oneindige takken heeft, even gelyk de parabool, vermits men voor y dezelfde waarde vindt, het zy men z poſitief of negatief neemt: en ten tweede, als z oneindig is, heeft men $y=\frac{1}{2c}.e^{cz}$, het welk de vergelyking van de Logarithmica is, en te kennen geeft, dat onze kromme de Logarithmica tot aſimptote heeft.

Laat

Laat A de oorſpronk der coördinaten zyn, AD = z de abscis, DE = y de ordinaat, ET de tangens, EN de normaal van het punt E der kromme, en AB de waarde van y als z = o is. Trek DF loodregt op ET, dan hebben er tuſſchen den boog BE, de kromlynige inhoud ABED, de regte lynen AB, DE, DT, DN, enz. de volgende betrekkingen plaats:

$$AB = DF,\ BE = FE,$$
$$AB^2 + BE^2 = DE^2$$
$$AB \times BE = ABED = 2\,\triangle EFD$$
$$BE \times TE = DE^2 = DT \times DN$$
$$AB^2 : BE^2 = TD : DN$$

CCXIV. VOORSTEL. *Fig.* 30.

Door O. S. Bangma.

Laat C de bekomene plaats van A zyn, en CD zyne veranderde breedte. Stel $\angle ACD = x$, $\angle BCD = y$, AB in minuten $= l$, en DC in minuten verg. $Br = b$, dan is

$$AC = DC \,.\, Sec.\, x$$
$$BC = DC \,.\, Sec.\, y$$

dus volgens het voorſtel

$$Sec.\, x : Sec.\, y = 2 : 3$$
of $$Cos.\, y : Cos.\, x = 2 : 3$$
$$Cos.\, y = \tfrac{2}{3}\, Cos.\, x$$

Volgens de figuur heeft men

$$AD = DC \,.\, Tang.\, x$$
$$BD = DC \,.\, Tang.\, y$$

dus $$AB = DC\,(Tang.\, y - Tang.\, x)$$
of $$l = b\,(Tang.\, y - Tang.\, x)$$

Stel

Stel om te bekorten $\frac{l}{b} = n$, zoo is

$$Tang\ y - Tang.\ x = n$$
$$Sin\ y.\ Cos.\ x - Cos.\ y.\ Sin.\ x = n\ Cos.\ x.\ Cos.\ y$$
$$Sin\ y.\ Cos.\ x = (Sin.\ x + n\ Cos.\ x)\ Cos.\ y$$

maar $Cos.\ y = \frac{3}{5}\ Cos.\ x$

dus $Sin\ y = \frac{3}{5}\ (Sin.\ x + n\ Cos.\ x)$

$Sin.\ y^2 = \frac{4}{9}\ Sin.\ x^2 + \frac{6}{5}\ n.\ Sin.\ x.\ Cos.\ x + \frac{4}{9}\ n^2\ Cos.\ x^2$

$Cos\ y^2 = \frac{4}{5}\ Cos.\ x^2$ geadd.

$$1 = \frac{4}{5} + \frac{6}{5}\ n\ Sin.\ x\ Cos.\ x + \frac{4}{5}\ n^2\ Cos.\ x^2$$
$$5 = 8\ n\ Sin.\ x.\ Cos.\ x + 4\ n^2\ Cos.\ x^2$$
$$8\ n\ Sin.\ x\ .\ Cos.\ x = 5 - 4\ n^2\ Cos\ x^2$$

$\sqrt{}$

$$64\ n^2\ Sin.\ x^2.\ Cos.\ x^2 = 25 - 40\ n^2\ Cos.\ x^2 + 16\ n^4\ Cos.\ x^4$$
$$64\ n^2\ Cos\ x^2 = 64\ n^2\ Cos.\ x^2$$
$$64\ n^2\ Cos.\ x^4 = -25 + 104\ n^2\ Cos.\ x^2 - 16\ n^4\ Cos.\ x^4$$
$$(64\ n^2 + 16\ n^4)\ Cos.\ x^4 = 104\ n^2\ Cos.\ x^2 - 25$$
$$Cos.\ x^4 = \frac{104\ n^2}{16\ n^4 + 64\ n^2}\ .\ Cos.\ x^2 - \frac{25}{16\ n^4 + 64\ n^2}$$

Hier uit vindt men

$$Cos.\ x = \frac{13\ n \pm 2\sqrt{36\ n^2 - 25}}{4\ n^2 + 16\ n}$$
$$= \frac{25}{52\ n^2 \pm 8\ n\sqrt{36\ n^2 - 25}}$$

Maar $Sec.\ x = \frac{1}{Cos.\ x}$, dus

Sec.

Sex. $x = \frac{2}{5}\sqrt{(13n^2 \mp 2n\sqrt{36n^2 - 25})}$

Naar deze formule wordt het voorstel aldus berekend

57°.16′ verg. Br. 4212.1	364°. 0′.
70°. 0 —— — 5966.0	337 .40,3
$b = 1753.9$	26 . 19,7
	60
	$l = 1579,7$

$Log.\ l = 3.19857$
$Log.\ b = 3.24400$

$Log.\ n = 9.95457$, dus $n = 0,9007$
2

$Log.\ n^2 = 9.90914$, dus $n^2 = 0,8113$

	36
	29.2038
	25.
	4.2038
	$\sqrt{}$
	2.0502
	2
	4.1004
	13 n = 11.7091
	Som. = 15.8095
	Ver. = 7.6087
	n = 0,9007
15.8095	532609
n = 0.9007	684783
1106665	6,853115609
1422855	$\sqrt{}$
14,24061665	2,61785
$\sqrt{}$	5 —— x
3,77368	1,047140
5 —— x	
1,50947	

Dus

Dus in de eerſte plaats *Sec.* $x = 1.50947$, het welk geeft $x = 48°.31$, *Tang.* $x = 1.13096$, hier by geteld $n = 0.9007$, komt *Tang.* $y = 2.03166$, en $y = 63°.48'.$; waar door al het overige volgens de bekende regelen van de zeilaadje gemakkelyk berekend kan worden.

In de tweede plaats zoo vinden wy *Sec.* $x = 1.04714$, het welk geeft $x = 17°.16'$, *Tang.* $x = .31083$, hier by geteld $n = 0.9007$, komt *Tang.* $y = 1.21153$, en $y = 50°.28'.$, waar door wederom al het overige gevonden kan worden.

CCXV. VOORSTEL. *Fig.* 31.

Door ABRAHAM FOCK, JAN PAUW, *en* J. SCHUITEMAKER.

Volgens het Voorſtel is $AC = 25$ mylen. Stel $AB = x$, dan is $BC = 35 - x$ en $BD = 32 - x$; ſtel $DC = y$, dan is $AD = 25 - y$ en men heeft

$$x^2 = (25 - y)^2 + (32 - x)^2$$

en $(35 - x)^2 = y^2 + (32 - x)^2$

Waar uit verder volgt:

$$0 = 625 - 50y + y^2 + 1024 - 64x$$

$$1225 - 70x = y^2 + 1024 - 64x$$

$$= 50y - 625$$

dus $7x + 5y = 185$

$$5y = 185 - 7x$$

$$25y^2 = 34225 - 2590x + 49x^2$$

waar $y^2 = 201 - 6x$

en $25y^2 = 5025 - 140x$

dus $0 = 29200 - 2440x + 49x^2$

Hier

Hier uit is $x = 20$ voldoende,
dus AB$=20$, BC$=15$, BD$=12$, DC$=y=\frac{185-7x}{5}=37-\frac{7}{5}x=9$. Voorts

AD : *Rad.* = BD : *Tang.* BAD
16 : 1 = 12 :

dus *Tang.* BAD$=\frac{12}{16}=75000$
$\angle$BAD$=36°.52'$. benoorden het oost

BD : *Rad.* = DC : *Tang.* DBC
12 : 1 = 9 :

dus *Tang* DBC$=\frac{9}{12}=75000$
$\angle$DBC$=36°.52'$. beoosten het zuiden.

CCXVI. VOORSTEL. *Fig.* 32.

Door A. L. HECTOR, *en* J. SCHUITEMAKER.

Stelt AB$=x$, BC$=a$, BD$=b$, BE$=c$, BF$=d$, zoo is CA$^2=x^2+a^2$, DA$^2=x^2+b^2$, EA$^2=x^2+c^2$, en FA$^2=x^2+d^2$: Dewyl nu de driehoeken CAD en EAF gelyke hoogte BA en gelyke hoeken CAD en EAF hebben, zoo is volgens de meetkunde

$$\frac{AC \cdot AD : AE \cdot AF = CD : EF}{AC^2 \cdot AD^2 : AE^2 \cdot AF^2 = CD^2 : EF^2}$$

$$EF^2 \cdot AC^2 \cdot AD^2 = CD^2 \cdot AE^2 \cdot AF^2$$

$$81(x^2+a^2)(x^2+b^2) = 28\tfrac{4}{9}(x^2+c^2)(x^2+d^2)$$

$$729(x^2+a^2)(x^2+b^2) = 256(x^2+c^2)(x^2+d^2)$$

Stelt men hier in voor a, b, c, en d hunne waarden, zoo vindt men $x = 8a$ mylen, die de baai van de wal afligt.

CCXVII. VOORSTEL.

Door O. S. Bangma.

Zulk een getal is in eenen ſtelligen zin onmogelyk. Want ſtel het eene deel x zoo is het andere $3x$, en men zal moeten hebben

$$x^4 + 37x^2 = \text{minim.}$$

dus $4x^3 + 81x^2 = 0$

$$x = -20\tfrac{1}{4}$$

$$3x = -60\tfrac{3}{4}$$

$$4x = -81$$

dus het begeerde getal -81, en de beide deelen zyn $-20\frac{1}{4}$ en $-60\frac{3}{4}$; met deze getallen verkrygt de uitdrukking $x^4 + 27x^3$ de grootst mogelyke negatieve waarde, die door den auteur een minimum genoemd wordt, maar is $-20\frac{1}{4}$ dan het kleinſte van de beide deelen? immers neen.

CCXVIII. VOORSTEL.

Door D. N. Kerkhoven, P. A. Durege, *en* A. L. Hector.

Stel x het kleinſte dan is $75\frac{1}{9} - x$ het grootſte deel

$x^4 +$

$$x^4 + (75\tfrac{1}{9} - x)^3 = \text{min.}$$

dus $4x^3 = 3(75\tfrac{1}{9} - x)^2$

hier uit $x = 14_{\frac{1}{12}}$

en $75\tfrac{1}{9} - x = 61_{\frac{1}{36}}$

CCXIX. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, ABRAHAM FOCK, J. R. SCHMIDT, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, *en den* OPGEVER.

2
2
2² . . . . 1ste product
2²
2⁴ . . . . . 2de ——
2⁴
2⁸ . . . . . 3de ——
. .
. .
. .
2^{2^x} $x$de ——

dus 2^x *Log.* $2 =$ *Log.* 2^{2^x}

voor $x = 8$ is $2^x = 256$

voor $x = 10$ is $2^x = 1024$

voor $x = 32$ is $2^x = 4294967296$

Log. $2 = 0{,}3010299956\,63$ enz.

Deze Logarithmus met 2^8, 2^{10}, 2^{32}, ieder byzonder gemultipliceerd, geeft reſpectivelyk 77,05 &c.; 308,2 &c.; en 1292913986,4 &c. dus beſtaat het 8ſte product uit 78 letters, het 10de uit 309 en het 32ſte uit 1292913987.

CCXX. VOORSTEL.

Door JAN PAUW, J. R. SCHMIDT, L. VAN HEUSDEN, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, *en den* OPGEVER.

Stel x^2, y^2, z^2, en v^2 voor de quadraten, dan is

$$x^2+y^2+z^2+v^2=x^2y^2z^2v^2$$

$$v^2=\frac{x^2+y^2+z^2}{x^2y^2z^2-1}$$

$$v=\sqrt{\frac{x^2+y^2+z^2}{x^2y^2z^2-1}}$$

Stel de wortel uit den teller $x+y-z$, zoo is

$$xy-xz-yz=0$$

$$z=\frac{xy}{x+y}$$

$$z^2=\frac{x^2y^2}{(x+y)^2}$$

$$x^2y^2z^2=\frac{x^4y^4}{(x+y)^2}$$

$$x^2y^2z^2-1=\frac{x^4y^4-(x+y)^2}{(x+y)^2}$$

dus

dus moet $x^4y^4-(x+y)^2$ nog een quadraat zyn.

Stel de wortel $x^2y^2-\frac{1}{2y^2}$, zoo is

$$-(x+y)^2=-x^2+\frac{1}{4y^4}$$

$$\text{of } -2xy-y^2=\frac{1}{4y^4}$$

$$x=-\tfrac{1}{2}y-\frac{1}{8y^5}$$

Nemende $y=1$, zoo is $x=-\frac{5}{8}$, $z=\frac{xy}{x+y}=\frac{5}{3}$, $y=7$; dus zyn de quadraten 1, $\frac{25}{64}$, $\frac{25}{9}$, en 49.

CCXXI. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR *en den* OPGEVER.

Lemma.

Twee m-hoekige getallen te vinden, welke een gegeven verſchil ab hebben.

Stelt x en y voor de wortels derzelve, dan heeft men voor de m-hoekige getallen:

$$\begin{array}{l}(x^2-x)(\frac{1}{2}m-1)+x\\(y^2-y)(\frac{1}{2}m-1)+y\end{array}$$

$$\overline{(x-y)(x+y-1)(\tfrac{1}{2}m-1)+x-y=ab} \text{ ſubſtr.}$$

Stel $x-y=b$, zoo is

$$(x+y-1)(\tfrac{1}{2}m-1)+1=a$$

$$mx+my-2x-2y-m+4=2a$$
$$mx-my-2x+2y=(m-2)b$$

$$2mx-4x=2a+(m-2)b+m-4$$
$$2my-4y=2a-(m-2)b+m-4$$

$$x=\frac{2a+m-4}{2m-4}+\tfrac{1}{2}b$$

$$y=\frac{2a+m-4}{2m-4}-\tfrac{1}{2}b$$

Men kan dus, om het voorſtel op te losſen, $n-1$, m-hoekige getallen naar believen nemen, en vervolgens volgens het lemma twee m-hoekige getallen zoeken, welke de ſom van deze $n-1$, m-hoekige getallen tot verſchil hebben, dan zal het kleinſte van dezelve het n^{de} m-hoekige getal zyn; by voorbeeld zes 7-hoekige getallen te zoeken van de gevraagde eigenſchap. Stellen wy voor de vyf eerſte 7-hoekige getallen 1, 7, 18, 34, en 81; hun ſom is $141=1\cdot141$, ſtel dus $b=1$ en $a=141$, zoo is, dewyl $m=7$ is, $y=28$ de wortel van het zesde 7-hoekige getal, en dus 1918 het 7-hoekige getal zelve, zoo dat 1, 7, 18, 34, 81, en 1918, zes 7-hoekige getallen zyn van de begeerde eigenſchap.

CCXXII. VOORSTEL.

Door A. L. HECTOR, *en den* OPGEVER.

Men zoeke volgens 't voorgaande voorſtel eerst twee m-hoekige getallen van die eigenſchap, volgens drie, vier, enz. tot zoo veele als men verkiest.

CCXXIII.

CCXXIII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, ABRAHAM FOCK, D. N. KERKHOVEN, J. F. KLIEFOOT, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, H. C. SCHUSLER, *en* H. G. WITLAGE JR.

Daar de prys eens diamants is gelyk de dubbelde verhouding des gewigts, zoo ſtaat

$$1^2 : (50\tfrac{3}{5})^2 = f\,4\tfrac{3}{4} : x$$
$$x = f\,12161{,}71$$

CCXXIV. VOORSTEL.

Door H. W. CASPARI, *den* OPGEVER, C. J. VAN BRUSSEL, J. WESTENDORP, J. SCHUITEMAKER, JAN PAUW, L. VAN HEUSDEN, A. L. HECTOR, ABRAHAM FOCK, D. N. KERKHOVEN, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, M. B. VAN DER VELDE, J. ROOSEKRANS, J. F. KLIEFOOT, P. A. DUREGE, P. HAGE, H. G. WITLAGE JR., H. C. SCHUSLER, *en eenen ongenoemden.*

$$\text{Zy } a + ax + ax^2 + ax^3 + \&c. \ldots\ldots ax^{x-1} = \frac{a(x^n - 1)}{x - 1}$$

zoo is hier $a=1$, $x=3$ en $n=20$,

$\frac{3^{20}-1}{2}=1743392200$ duiten, die het huis gekost heeft.

8) 217924025

20) f 10896201 — 5 — :

CCXXV. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, *den* OPGEVER, P. A. DUREGE, J. HECTOR, ABRAHAM FOCK, J. F. KLIEFOOT, F. G. A. DE LELIE, C. J. VAN BRUSSEL, H. C. SCHUSLER, H. W. CASPARI, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, J. ROOSEKRANS, J. SCHUITEMAKER, T. MEYAARD, A. L. HECTOR, P. HAGE, J. WESTENDORP, *en* L. VAN HEUSDEN.

6
2
—
4
2) —
2 afst. van de last tot het steunp.
2
—
4 afst. van de magt tot het steunp.

CCXXVI.

CCXXVI. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, ABRAHAM FOCK, P. A. DUREGE, J. HECTOR, *den* OPGEVER, F. G. A. DE LELIE, J. F. KLIEFOOT, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, H. W. CASPARI, A. L. HECTOR, H. C. SCHUSLER, C. J. VAN BRUSSEL, L. VAN HEUSDEN, J. WESTENDORP, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, T. MEYAARD, *en* J. ROOSEKRANS.

75
30
45
3)
22½ de weg der last
30
52½ de weg der magt.

CCXXVII. VOORSTEL.

Door A. Fock, *den* Opgever, F. G. A. de Lelie, D. N. Kerhoven, P. A. Durege, H. W. Caspari, J. Hector, T. Meyaard, J. F. Klinkfoot, C. J. van Brussel, A. L. Hector, P. Hage, J. Schuttemaker, J. Roosekrans, A. van der Swan, L. van Heusden, H. C. Schuler, *en* J. Westendorp.

17
8
—
9
3—
3 de afstand der last.
6 — ——— — 1e. magt.
8 — ——— — 2e. magt.

CCXXVIII. VOORSTEL.

Door D. N. KERKHOVEN, A. FOCK, *den* OPGEVER, J. HECTOR, A. VAN DER SWAN, C. J. VAN BRUSSEL, P. A. DUREGE, F. G. A. DE LELIE, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, H. C. SCHUSLER, A. L. HECTOR, J. ROOSEKRANS, T. MEYAARD, J. WESTENDORP, L. VAN HEUSDEN, P. HAGE, *en* J. SCHUITEMAKER.

25
19
—
6
3—
2 de afstand der magt.
9 — ——— — 1e. last.
14 — ——— — 2e. last.

CCXXIX. VOORSTEL.

Door K. HOEK, ABRAHAM FOCK, P. A. DUREGE, J. SCHUITEMAKER, *en* F. G. A. DE LELIE.

Stel de magt van D = x, van C = $5x$, van B = $20x$, en van A = $60x$, dan is

$86x - 27 = 5000$

$86x = 5027$

$x = 58\frac{39}{86}$ magt van D
$5x - 6 = 286\frac{23}{86}$ —— —— C
$20x - 9 = 1160\frac{3}{43}$ —— —— B
$60x - 12 = 3495\frac{29}{43}$ —— —— A

CCXXX.

CCXXX. VOORSTEL.

Door ABRAHAM FOCK, *den* OPGEVER, H. G. WITLAGE JR., P. A. DUREGE, C. J. VAN BRUSSEL, W. J. VAN WYK, A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, J. ROOZEKRANS, F. G. A. DE LELIE, P. HAGE, H. W. CASPARI, K. HOEK, J. SCHUITEMAKER, *en* J. WESTENDORP.

Stel dat de jongste dienstmaagd ontvangt x guldens, dan ontfing de knegt $10x - 300$, de oudste dienstmaagd $150x - 5100$, het geleerd genootschap $3000x - 103000$, dus

$$3161x - 108400 = 100000$$
$$3161x = 208400, \text{ dus ontfing}$$

de jongste dm. $x = f\ 65\frac{5935}{3161}$

de knegt . . . $f\ 359\frac{901}{3161}$

de oudste dm. . $f\ 4789\frac{871}{3161}$

het genootschap . $f\ 94785\frac{1615}{3161}$

CCXXXI.

CCXXXI. VOORSTEL.

Door J. C. VAN SETTEN, H. C. SCHUSLER, A. VAN DER SWAN, ABRAHAM FOCK, P. A. DUREGE, C. J. VAN BRUSSEL, H. W. CASPARI, J. ROOSEKRANS, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER; F. G. A. DE LELIE, M. B. VAN DER VELDE, M. VAN DER STIEPEL, W. J. VAN WYK, J. WESTENDORP, K. HOEK, H. G. WITLAGE, JR. *en* J. F. KLIEFOOT.

Stel de eyeren van A $= x$, die van B $= y$, dan is

$$\begin{array}{r} x + y = 100 \\ \hline 2x + 2y = 200 \\ 3x - 2y = 0 \\ \hline 5x = 200 \\ x = 40 \\ \text{dus } y = 60 \end{array}$$

$$y : 24 = x : \frac{24x}{y}$$

$$x : 10\tfrac{2}{3} = y : \frac{32y}{3x}$$

$$\frac{24x}{y} = \frac{32y}{3x}$$

$$72x^2 = 32y^2$$

$$9x^2 = 4y^2$$

$$3x = 2y$$

CCXXXII. VOORSTEL. *Fig.* 33.

Door ABRAHAM FOCK, *en* P. A. DURRER.

Laat P de noordpool, AP de pools afſtand van den arend, PL die van lyra, en PC die van de comeet zyn. Trek de loodlynen LD en CE.

Uit de Sterrekundige tafelen van LA LANDE vindt men

Regte opklim. van α lyra . .	277°. 36'. 17''
N. Declinatie	38 . 36 . 34
Regte opklim. van α arend .	295 . 20 . 43
N. Declinatie	8 . 22 . 0

Dus $\angle$ APL = verſchil tuſſchen de regte opklimmingen van arend en lyra = 17°. 44'. 26''. en AP = complement der declinatie van den arend = 81°. 38'. 0''.

Cos. DPL . *Rad.* = *Cos.* PL . *Tang.* PD

Log. Cos. DPL + *Log.* R = 19.9788404

Log. Tang. Decl. Lyra = 9.9023072

Log. Tang. PD = 10.0765332

PD = 55°. 1'. 21''

dus AD = 31°. 36. 39

Cos. PD : *Cos.* AD = *Cos.* PL : *Cos.* AL

Log. Cos. AD = 9.9302499

Log. Cos. PL = 9.7951904

19.7254403

Log. Cos. PD = 9.8078642

Log. Cos. AL = 9.9175761

AL = 34°. 11'. 39''.

Cos.

Cos. DAL. *Rad.* = *Cot.* AL. *Tang.* AD
Log. Cot. AL = 10.1678422
Log. Tang. AD = 9.7892032

Log. Cos. DAL = 9.9570454
∠ DAL = 25°. 3'. 55".

Nu is van den driehoek ALC bekend

AL = 34°. 11'. 39" *Log. Sin.* 9.7497359
CL = 33 . 19 . 0
AC = 50 . 4 . 55 *Log. Sin.* 9.8847744

2/117 . 35 . 34 — 19.6345100
— 20.0000000
58 . 47 . 47
AL = 34 . 11 . 39 — 0.3654900

24 . 36 . 8 *Log. Sin.* 9.6194232
58 . 47 . 47
AC = 50 . 4 . 55

8 . 42 . 52 *Log. Sin.* 9.1804412

19.1653544

Log. Sin. ½ LCA = 9.5826772
½ LCA = 22°. 29'. 28"
2
LCA = 44. 58. 56

∠ DAL = 25. 3. 55
∠ PAC = 70. 2. 51

Cir.

Cos. PAC . *Rad.* = *Tang.* AE . *Cot* AC

Log. Cos. PAC + *Log.* R = 19.5330612
Log. Cot. AC = 9.9225518

Log. Tang. AE = 9.6105094
AE = 22° 11′ 19″
AP = 81. 38. 0

PE = 59. 26. 41

Cos. AE : *Cos.* EP = *Cos.* AC : *Cos.* CP

Log. Cos. EP = 9.7061794
Log. Cos. AC = 9 8073262

19.5135056
Log. Cos. AE = 9 9665666

Log. Cos. CP = 9.5469590 = *Sin.* Decl. Com.

N. Decl. der Comeet = 20°. 37′. 49″

Sin. AE : *Sin.* EP = *Cot.* A : *Cot.* P

Log. Sin. EP = 9.9350733
Log. Cot. A = 9 5599445

19.4950178
Log. Sin. AE = 9.5770972

Log. Cot. P = 9.9179206
∠ P = 50°. 33′. 4″
Regte opk. Ar. = 295. 20. 43

244. 57. 39 Regte opklimming der Comeet.

CCXXXIII.

CCXXXIII. VOORSTEL. *Fig.* 34.

Door den OPGEVER.

Om dit Voorſtel op te losſen moet eerst de grootte van het veld des kykers gezocht worden. Laat ten dien einde de cirkel PEBD het gezigtveld van den kyker verbeelden; laat eene ſter langs CD door het veld van den kyker pasſeren en daar toe noodig hebben zekeren tyd, de helft van dezen tyd, in ſeconden van eenen grooter cirkel uitgedrukt, zy $= a$; van eene andere ſter, die langs EF pasſeert, $= b$. Daar CD en EF paralelle cirkels zyn, zoo is AB, die regthoekig door het midden van dezelve gaat, een declinatie cirkel; dus HI het verſchil der declinatien van beide de ſterren; ſtel de ſeconden van HI $= c$, de radius GD $=$ GF $= r$, HG $= s$, dan is door de eigenſchap des cirkels

$$x = \frac{(b+a)(b-a)}{2c} + \tfrac{1}{2}c$$

$$\text{dus } r = \sqrt{\left(\frac{(b+a)(b-a}{2c} + \tfrac{1}{2}c\right)^2 + a^2}$$

Paſſeren de beide Sterren aan den zelfden kant van het middelpunt, dan is

$$r = \sqrt{\left(\frac{(b+a)(b-a)}{2c} - \tfrac{1}{2}c\right)^2 + b^2}$$

Daar nu de radius van het veld bekend is, zoo laat een planeet of comeet langs pq, en eene vaste ſter waar van de declinatie en regte opklimming bekend is, langs CD, door het veld des onverrukten kykers paſſeren, dan wordt uit het verſchil van tyd, dat zy in H en n zich bevinden, de regte opklimming van de planeet of comeet bekend, en uit het verſchil van GN en GH de declinatie

In ons voorbeeld vindt men $r = 1^{\circ}. 52'. 24''$; en verder

H n = 0°. 22'. 14''.
31. 22. 31. de N. deel van 104. 2 A

31. 44. 45 de declinatie van de Comeet

De regte opklimming van de Comeet wordt gevonden, als volgt.

7ᵘ. 0'. 45''
7. 11. 30,5

7. 6. 7,75 midd. van 104. 2 A
6. 50. 37 midd. van de Comeet.

15,30. 75 = 3°. 53'. 18'' Boogs
271. 10. 34

267. 17. 16 Regte opklimming van de Comeet.

CCXXXIV. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER *en den* OPGEVER.

6ᵘ. 31'. Sterstyd na de lentſnede

12

18. 31
12. o de ſter in het zuiden

6. 31 Zonstyd na de lentſnede

Dit in de tafel opgezogt geeft den 29 Juny voor het vertrek van *Ternambuck*.

6s. 31'. Sterstyd na de lentſnede
12

18. 31
8. o De ſter in het zuiden

10. 31. Zonstyd na de lentſnede

Dit in de tafel opgezogt geeft den 29 Augustus voor de bekomene datum, waar uit de rest van zelf volgt.

CCXXXV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER *en* J. SCHUITEMAKER.

By volle Maan ſtaat de Maan vlak tegen over de Zon, maar in het Voorſtel is het verſchil 4 ſtreken of 45°. van nieuwe tot volle, of van volle tot nieuwe Maan, derhalve moet de Maan ruim een halve cirkel in azimuth doorloopen, en dus dagelyks middelbaar omtrent 13°. Er zyn dus ruim 3 dagen tot 45° noodig. Voorts

1727
1 add.

1728
19)
18
90 —
19

dus 18 het guldengetal
1 af

17
11 mult.

187
30)
7
6 —
30

dus 7 de Epacta
30

23 nieuwe Maan
15

8 volle Maan
3 af

rest 5

Dus is de Zon en de Maan gepeild den 5 Maart.

1726 complete Jaren
431
31 dagen in January
28 —— — February
5 —— — Maart

2221

af

af 10

2211

7)

315 rest 5, dus was het op eenen Woensdag.

CCXXXVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER *en* J. SCHUITEMAKER.

90°. 0′

af 11. 7

78. 53 Complement der Zons lengte tot 360°.

Sin. Zons decl. = *Sin.* 23°. 28′ × *Sin.* 78°. 53′.

komt Zons zuider declinatie = 23°.

by 10°. 43′

33. 43.

90. 0

komt noorder breedte . . 56. 17.

Daar de Zon des winters dagelyks ruim 1° in haren weg voortgaat en den 21 December in Capricornus komt, zoo is 21 by 11 = 32; trek af 31 dagen van December, dus was het den 1 January,

Voorts 9t. 11°. 7′ Zons-plaats

6. 1. 55 Maans-plaats

3. 9. 12

$$\begin{array}{c|c|c} & 30 & \\ 13 & 99 & 7\tfrac{1}{2} \end{array}$$ dag cirka, dat de Maan oud was op den eersten January, en daar de Epacta van het Jaar 1727, 7 is, zoo was het 1 January 1727.

CCXXXVII. VOORSTEL.

Door P. A. DUREGE, *en* J. R. SCHMIDT.

$$A + B + C = 180^\circ$$
$$A + C = 180^\circ - B$$
$$Tang.\ (A + C) = -\ Tang\ B$$
$$Cot.\ B.\ Tang.\ (A + C) = -1$$
$$Cot.\ B.\ \frac{Sin.\ A\ Cos.\ C + Cos.\ A\ Sin.\ C}{Cos.\ A\ Cos.\ C - Sin.\ A\ Sin.\ C} = -1$$
$$Cot.\ B.\ \frac{Sin.\ A\ Cos.\ C + Cos.\ A\ Sin.\ C}{Sin.\ A\ Sin.\ C - Cos.\ A\ Cos.\ C} = 1$$
$$Cot.\ B.\ Cot.\ C.\ \frac{Sin.\ A + Cos.\ A\ Tang.\ C}{Sin.\ A - Cos.\ A\ Cot.\ C} = 1$$

CCXXXVIII. VOORSTEL.

Door de OPGEVERS, H. W. CASPARI, F. G. A. DE LELIE, ABRAHAM FOCK, C. J. VAN BRUSSEL, *en* P. A. DUREGE.

Zy het getal Jaren, na verloop van welke het ver-

vermogen van den eerſten een bepaald getal (het welk wy m noemen) maal grooter is dan het vermogen des tweeden, $= n$; dan is het kapitaal der eerſte na verloop van n jaren $\left(\frac{100+c}{100}\right)^n . a$ en dat der tweede $= \left(\frac{100+c-d}{100}\right)^n . (a+b)$, en men heeft

$$\left(\frac{100+c}{100}\right)^n . a = m \left(\frac{100+c-d}{100}\right)^n . (a+b)$$

$$n \; Log. \frac{100+c}{100} + Log. \; a = Log. \; m +$$

$$n \; Log. \left(\frac{100+c-d}{100}\right) + Log. \; (a+b)$$

$$n = \frac{Log. \; m + Log. \; (a+b) - Log. \; a}{Log. \; (100+c) - Log. \; (100+c-d)}$$

Aanmerkingen. 1°. Is de intrest gelyk, zoo is het klaar, dat het eerſte vermogen nooit zoo groot zal worden als het tweede is, het welk wy ook uit onze formule klaar en duidelyk zien: want ſtellen wy $d = 0$, zoo wordt n oneindig groot, waar door aangetoond wordt, dat het getal van jaren, het welk er verloopt, eer het vermogen der eerſte familie aan dat van de tweede zal evenaren, oneindig is. 2°. Zyn de vermogens gelyk, zoo wordt $a + b = a$ en dus $b = 0$, waar door onze formule veranderd in

$$n = \frac{Log.\ m}{Log.\ (100+c) - Log.\ (100+c-d)}$$

CCXXXIX. VOORSTEL. *Fig.* 35.

Door J. R. SCHMIDT, *de* OPGEVERS, ABRAHAM FOCK, *en* P. A. DUREGE.

Wanneer wy de klootſche hoeken door A, B, en C, en de regtlynige door ABC, ACB, en BAC, aanduiden, hebben wy, om de bogen AB, AC en BC, te berekenen,

$$Cos.\ \tfrac{1}{2}\ AC = \sqrt{\frac{Cos.\ \frac{A+B-C}{2} \cdot Cos.\ \frac{B+C-A}{2}}{Sin.\ A\ Sin.\ C}}$$

waar uit boog AC = 30°. 12′
op gelyke wyze AB = 11°. 30′
en BC = 29°. 26′

en dus van den regtlynigen driehoek ABC (de radius = 100,000 ſtellende)

$\tfrac{1}{2}$ AB = *Sin.* $\tfrac{1}{2}$ boog AB = 10019
$\tfrac{1}{2}$ BC = *Sin.* $\tfrac{1}{2}$ boog BC = 25404
$\tfrac{1}{2}$ AC = *Sin.* $\tfrac{1}{2}$ boog AC = 26051

Nu vinden wy de regtlynige hoeken ABC, BCA en BAC, door de formule

Sin.

$$Sin.\tfrac{1}{2}BAC = \sqrt{\frac{\frac{AB+BC-AC}{2}\cdot\frac{BC+AC-AB}{2}}{AB\cdot AC}}$$

waar door $\angle BAC = 75°.\ 10'$

op gelyke wyze vinden wy

$\angle ABC = 82°.\ 25'$

en $\angle ACB = 22°.\ 25'$.

CCXL. VOORSTEL. *Fig.* 36.

Door ABRAHAM FOCK, P. A. DUREGE, *en de* OPGEVERS.

Laat $AE = x$, en $EF = y$ zyn, dan is $\frac{y}{x} =$ *Tang.* A conſtant, of $y = x$ *Tang.* A, of indien *Tang.* A $= a$ is, is $y = a\,x$ de vergelyking der regte lyn, dus ook $y' = a\,x'$, en $y : y' = x : x'$; laat nu $AF = BC$ zyn, $AE = x$, $AD = x'$, $FE = y$, $CD = y'$, dan is $FE : CD = AE : AD = AF : AC = BC : AC$. Neem $AF = BC$ voor radius, dan zyn FE en CD de ſinuſen der hoeken A en B, dus $FE : CD =$ *Sin.* A: *Sin.* $B = BC : AC$.

CCXLI. VOORSTEL. *Fig.* 37.

Door J. R. SCHMIDT.

Laat ACBD den vierhoek zyn; ſtel $AD = m$, $BD =$

AD $=n$, BC $=r$, AC $=s$, ſtel verder *Cos.* $\angle$ A $=x$, en *Cos* $\angle$ B $=y$, dan is *Sin.* A $=\sqrt{1-x^2}$, en *Sin.* B $=\sqrt{1-y^2}$. Laat nu CD getrokken zyn, dan is $CD^2 =$

$$\frac{m^2+s^2-2msx=n^2+r^2-2nry}{-2msdx=-2nrdy}$$

$$dy=\frac{ms}{nr}dx$$

Nu moet ACBD $=\Delta$ ADC $+\Delta$ BDC $=$

$$\frac{\frac{1}{2}ms\sqrt{1-x^2}+\frac{1}{2}nr\sqrt{1-y^2}=max.}{ms\frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}+nr\frac{ydy}{\sqrt{1-y^2}}=0}$$

Hier in de waarde van dy gebragt, geeft

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}=0$$

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}=-\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$\frac{Tang.\ A=-Tang.\ B}{\text{dus } A+B=2L}$$

Maar

Maar $A + B + C + D = 4L$

dus $C + D = 2L$

Dat te bewyzen was.

CCLXII. VOORSTEL. *Fig.* 38.

Door J. R. SCHMIDT.

Stel *Sin.* BAG $= a$, BC $= x$ en GH $= y$, dan is vooreerst

$$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = a$$

$$dx\sqrt{1-y^2} - \frac{xy\,dy}{\sqrt{1-y^2}} + dy\sqrt{1-x^2} - \frac{xy\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$dy = -\frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}} \cdot dx$$

Ten tweede

$$x^m y^n = \text{Maximum}$$

$$m x^{m-1} y^n dx + n x^m y^{n-1} dy = 0$$

$$m y\,dx + n x\,dy = 0$$

Hier

Hier in de waarde van $d\,y$ gebragt.

$$m\,y\,d\,x - n\,x\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}\,.\,d\,x = 0$$

$$y\sqrt{1-x^2} = \frac{n}{m}\,x\sqrt{1-y^2}$$

maar $y\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1-y^2} = a$

dus $x\sqrt{1-y^2} = \frac{m}{m+n}\,.\,a$

dat is *Sin.* BAD *Cos.* GAD $= \frac{m}{m+n}\,.\,a$

dus (volgens de driehoeksmeting N°. 12 (A))

$\frac{1}{2}$ *Sin.* BAG $+ \frac{1}{2}$ *Sin.* (BAD $-$ DAG) $= \frac{m}{m+n}\,.\,a$

Sin. (BAD $-$ DAG) $= \frac{m-n}{m+n}\,.$ *Sin.* BAG

Hier door is het verschil der gezochte hoeken en hunne som bekend, waar door dus de hoeken bepaald zyn.

Aanmerking. Als $m = n$ is wordt *Sin.* (BAD $-$ GAD) $= 0$, en dus moet als dan den hoek midden door worden gedeeld.

CCXLIII.

CCXLIII. VOORSTEL.

Door C. J. VAN BRUSSEL, H. W. CASPARI, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., A. VAN DER SWAN, J. C. VAN SETTEN, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, *en* P. A. DUREGE.

Stel de zwaarte der last $= x$, dan is

$a x - m$ de werking der 1e magt
$b x - n$ — — — 2e —
$c x - r$ — — — 3e —

dus $(a + b + c) x - (m + n + r) = p x$

of $(a + b + c - p) x = m + n + r$

en $$x = \frac{m + n + r}{a + b + c - p}.$$

CCXLIV.

CCXLIV. VOORSTEL.

Door ABRAHAM FOCK, *den* OPGEVER, P. A. DUREGE, H. W. CASPARI, C. J. VAN BRUSSEL, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, J. ROOSEKRANS, P. HAGE, J. C. VAN SETTEN, M. B. VAN DER VELDE, M. VAN DER STIEPEL, H. C. SCHUSLER, A. VAN DER SWAN, J. SCHUITEMAKER; F. G. A. DE *LELIE*, *en* J. WESTENDORP.

Stel het getal der deelnemers x, ieder geeft dus $20\,x$, en met hen allen $20\,x^2$,

$$100 : 105 + x = 20\,x^2 : \frac{105\,x^2 + x^3}{5}$$

$$\frac{\frac{x^3 + 105\,x^2}{5} - 20\,x^2 = 6300}{}$$

$$x^3 + 5\,x^2 = 31500$$

Waar uit $x = 30$

CCXLV.

CCXLV. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. C. VAN SETTEN, C. J. VAN BRUSSEL, J. F. KLIEFOOT, J. ROOSEKRANS, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, P. HAGE, F. G. A. DE LELIE, ABRAHAM FOCK, J. SCHUITEMAKER, *en* H. C. SCHUSLER.

Stel de zyde der onderlaag $= x$, dan is volgens Euler, de som van eene reeks driehoekige getallen van x termen.

$$\frac{x\,(x+1)\,(x+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 286$$

of $x^3 + 3x^2 + 2x = 1716$

Waar uit $x = 11$ kogels in iedere zyde van de onderlaag.

CCXLVI. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, J. C. VAN SETTEN, ABRAHAM FOCK, H. W. CASPARI, C. J. VAN BRUSSEL, J. ROOSEKRANS, W. J. VAN WYK, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., P. A. DURÈGE, K. HOEK, H. C. SCHUSLER, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP, M. B. VAN DER VELDE, *en* M. VAN DER STIEFEL.

Stel het aandeel van elke dienstmaagd $= x$, dan is dat van iederen knecht $= 6x$, en dat van het gesticht $= 300x$, dus

3 dienstm. $= 3x$
2 knechts $= 12x$
gesticht $= 300x$

$315x = 230590$

$x = 732\frac{70}{315}$
$6x = 4392\frac{4}{11}$
$300x = 219609\frac{11}{11}$

CCXLVII. VOORSTEL.

Door den OPGEVER, P. A. DUREGE, ABRAHAM FOCK, H. G. WITLAGE JR., H. W. CASPARI, J. ROOZEKRANS, C. J. VAN BRUSSEL, P. HAGE, J. C. VAN SETTEN, A. VAN DER SWAN, K. HOEK, J. SCHUITEMAKER, F. G. A. DE LELIE, J. WESTENDORP, *en* H. C. SCHUSLER.

Stel de vermogens der

3 laatste $= 3x$
2 volgende $= 4x$
Eerste $= 6x$

$13x = 80000$

Elk der 3 laatste $x = 6153\frac{11}{13}$
— — 2 volgende $2x = 12307\frac{9}{13}$
de eerste $6x = 36923\frac{1}{13}$

CCXLVIII. VOORSTEL.

Door ABRAHAM FOCK, *den* OPGEVER, A. VAN DER SWAN, F. G. A. DE LELIE, H. W. CASPARI, J. F. KLIEFOOT, H. G. WITLAGE JR., C. J. VAN BRUSSEL, P. A. DUREGE, J. WESTENDORP, J. ROOSEKRANS, P. HAGE, J. SCHUITEMAKER, H. C. SCHUSLER, *en* K. HOEK.

Stel de Last $= x$, dan is de magt $= 432 - x$, en

$$\frac{432 - x}{12} + \frac{x}{10} = 42$$

$$60$$

$$2160 + x = 2520$$

$$x = 360 \text{ de last}$$

$$432 - x = 72 \text{ de magt}$$

CCXLIX. VOORSTEL.

Door J. SCHUITEMAKER, H. C. SCHUSLER, *den* OPGEVER, ABRAHAM FOCK, F. G. A. DE LELIE, H. W. CASPARI, C. J. VAN BRUSSEL, J. ROOSEKRANS, P. A. DUREGE, H. G. WITLAGE JR., J. F. KLIEFOOT, P. HAGE, J. WESTENDORP, K. HOEK, *en* A. VAN DER SWAN.

Stel de magt $= x$, dan is

$$25 - 3x = 12 - x$$
$$13 = 2x$$
$$x = 6\tfrac{1}{2}$$

CCL. VOORSTEL. *Fig.* 39.

Door den OPGEVER, *en* J. R. SCHMIDT *en* J. M. C. VAN UTENHOVE.

Laat BDS de kromme zyn, AK de lyn der abſiſſen, CD de ordinaat en HD de tangens van het punt D der kromme, FG de ordinaat van het punt F, oneindig digt by het punt D. Trek FE loodregt op DC; ſtel AC $= x$, DC $= y$, en HD $= a$; dan is HC $= \sqrt{a^2 - y^2}$; nu heeft men uit de gelykvormigheid der driehoeken HCD en FED,

$$HC : CD = EE : ED$$

of $\sqrt{a^2 - y^2} : y = dx : -dy$

dus $dx = -\frac{dy}{y}\sqrt{a^2 - y^2}$

Stel $a^2 - y^2 = z^2$, zoo is $-y\,dy = z\,dz$, $-\frac{dy}{y} = \frac{z\,dz}{y^2} = \frac{z\,dz}{a^2 - z^2}$; dus

$$dx = \frac{z^2\,dz}{a^2 - z^2}$$

$$= -dz + \frac{a^2\,dz}{a^2 - z^2}$$

$$= -dz + \frac{a}{2}\frac{dz}{a+z} + \frac{a}{2}\frac{dz}{a-z}$$

$$x = -z + \frac{a}{2}\,Log.(a+z) - \frac{a}{2}\,Log.(a-z)$$

$$= -z + \frac{a}{2}\,Log.\frac{a+z}{a-z}$$

$$= -z + a\,Log.\sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$$

$$= -z + a\,Log.\sqrt{\frac{(a+z)^2}{a^2 - z^2}}$$

$$= -z + a\,Log.\frac{a+z}{y}$$

$= -$

$$= -\sqrt{a^2 - y^2} + a \; Log. \frac{a + \sqrt{a^2 - y^2}}{y}$$

het welk de vergelyking is van de begeerde kromme, als men daar in $y = a$ ſtel, heeft men $x = \rho$, dus $AB = HD = a$.

Aanmerking. Deze kromme heeft merkwaardige eigenſchappen; want als men uit A als middelpunt, met eenen radius $AB = HD = a$, het kwadrant ABN beſchrift, en dan in de radius AR evenwydig aan HD trekt, dan is DR gelyk en evenwydig aan AH. Als dan heeft het volgende plaats, voor eerſt: de regte DR is de vergrootende breedte van den boog BR. Ten tweede: de boog BD is *Log.* ſecans van den hoog BR. Ten derde: de kromlynige inhoud ABDC is gelyk aan het cirkelſtuk BIR, dus de inhoud SBAK van de geheele kromme gelyk aan het kwadrant BAN.

SLOT-QUESTIE. Fig. 42.

Door O. S. BANGMA, *en den* OPGEVER.

ABDC zy de kegel, BIC de diameter van het grondvlak, FID en EID de beide parabolen, ſtaande regthoekig op het vlak van den driehoek ABC; men verdeele het kegelſtuk AEIDF in tweeën, door den driehoek AID; dan is de inhoud van het ſtuk, dat de parabool FID tot bazis en A voor de top heeft, gelyk de oppervlakte van deze bazis, vermenigvuldigd door $\frac{1}{3}$ van de hoogte AG; en de inhoud van het ſtuk, dat de parabool EID tot bazis en A voor top heeft, gelyk aan de oppervlakte van dezelve bazis, vermenigvuldigd door $\frac{1}{3}$ van de hoogte AH; nu is

parab.

parab. FID $=\frac{2}{3}$ FI $\times$ ID

$\frac{2}{3}$ AG $=\frac{1}{3}$ AG

dus inh. IDFA $=\frac{2}{3}$. AG $\times$ FI $\times$ ID

maar AG $\times$ FI $=2\ \triangle$ AFI

dus inh. IDFA $=\frac{4}{3}\ \triangle$ AFI $\times$ ID

op gelyke wyze

inh. IDEA $=\frac{4}{3}\ \triangle$ AEI $\times$ ID

add.

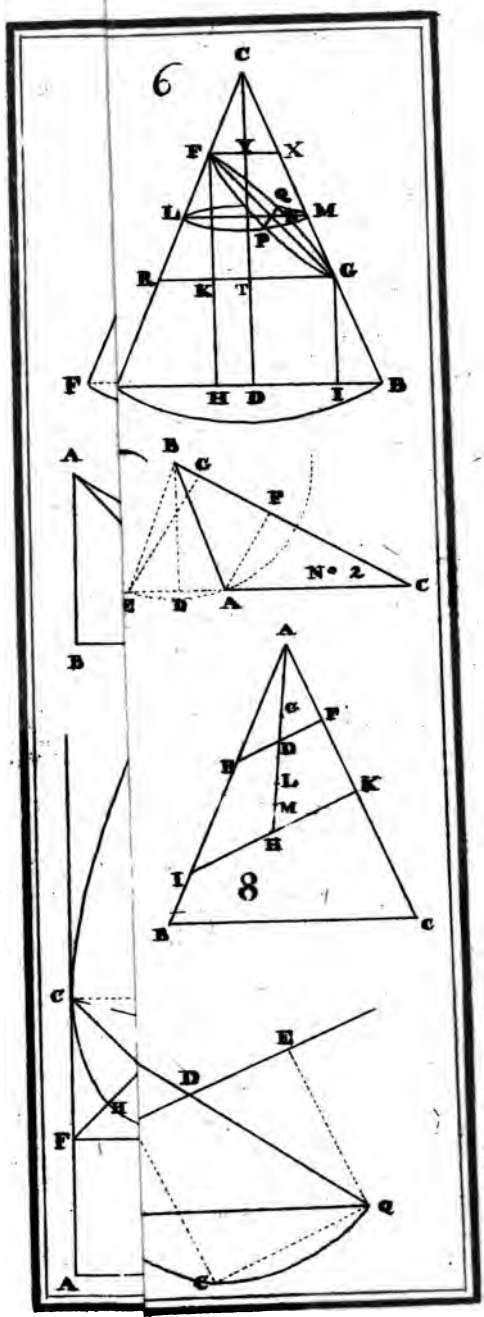
inh. AEIDF $=\frac{4}{3}$ AEIF $\times$ ID

dus is de inhoud van het kegelstuk, dat door de beide parabolen FID en EID, het paralelogram AEIF en de oppervlakte van den kegel, bepaald wordt, gelyk aan het paralelogram AEIF vermenigvuldigt door $\frac{4}{3}$ ID.

Aanmerking. Vermits $\triangle$ AFI $=\triangle$ AEI is, zoo blykt hieruit dat de kegelstukken IDFA en IDEA van gelyken inhoud zyn.

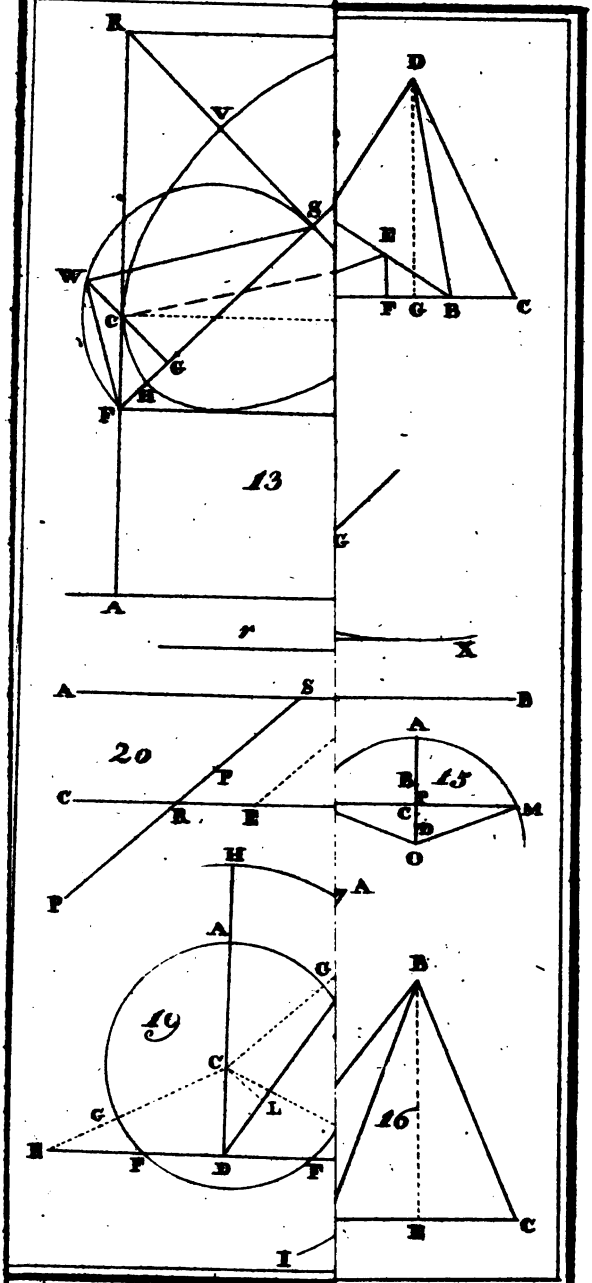
*

Pl I


6
C
F
Y
X
L
Q
M
P
R
K
T
G
F
H
D
I
B
A
B
G
P
N° 2
E
D
A
C
B
A
G
F
E
D
L
K
M
H
I
8
B
C
C
E
D
H
F
Q
A
C

II D

Pl. II



R
V
S
W
C
G
H
F
A
13
D
E
F G B C
G
r
X
A
S
B
20
P
C
R
E
P
A
B
15
C
D
M
O
H
A
A
G
19
C
L
G
E
F
D
F
B
16
E
C
I

II Deel